

UNIVERSIDAD LA SALLE

CARRERA DE EDUCACIÓN



“APLICACIÓN DEL SOFTWARE EDUCATIVO GEOGEBRA
COMO UN RECURSO DIDÁCTICO PARA MEJORAR EL
APRENDIZAJE DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES DE
GEOMETRÍA ANALÍTICA EN ESTUDIANTES DE QUINTO DE
SECUNDARIA”

TESIS PRESENTADA PARA LA OBTENCIÓN DEL GRADO DE
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN

Postulante: Oscar José Trigo Rodríguez

Profesor guía: Dra. Denisse Zapata Bueno Ph. D.

LA PAZ – BOLIVIA

2012

HOJA DE APROBACIÓN

*El presente trabajo de Tesis titulado “**Aplicación del software educativo GeoGebra como un recurso didáctico para mejorar el aprendizaje de conceptos fundamentales de geometría analítica en estudiantes de quinto de secundaria**”, ha sido defendido por el postulante **Oscar José Trigo Rodríguez**, en fecha _____, ante el Tribunal de Grado compuesto por las siguientes personas:*

Tribunal Externo: _____

PRESIDENTE: _____

Relator 1: _____

Relator 2: _____

El cual en base a la valoración de los aspectos más importantes de la Tesis presentada, determinó aprobar la disertación y sustentación de la misma con carácter:

Aprobado ()

Aprobado con distinción meritoria ()

Aprobado con honores () Cum Laudae

Aprobado con máximo honor () Summa Cum Laudae

Habiendo obtenido la calificación total de:puntos.

ÍNDICE

Índice	i
Pensamientos	ii
Agradecimientos	iii
Resumen	iv
Contenidos	v
Figuras	vi
Tablas	viii
Anexos	ix

Pensamientos

“El verdadero sentido de las cosas encontrarás en el trabajo; hacer las tareas de la vida con voluntad y conciencia tiene mayor valor y sentido que realizar las mismas por mero cumplir; ya que el empeño y sacrificio que pongas para realizarlas, cuentan como un gran avance en el encuentro con Dios, tú como personas y el servicio a los demás”.

Jaime Castro

“Todo aquello que decimos y hacemos forma parte del pasado. No podemos volver en el tiempo y cambiar eso. Nos toca mirar adelante, dejar atrás aquello que tal vez no podremos olvidar, pero si recordarlo sin dolor, aprender de nuestros errores, replantear las cosas y construir para alcanzar nuestros objetivos. La decisión es de cada uno”.

Oscar Trigo

Agradecimientos

Quiero comenzar dando gracias a Dios Padre por la oportunidad de haber hecho posible que pueda concluir mi formación como Educador.

A mi familia, por todo su cariño y apoyo incondicional: Papi, Mami, Nena, Andy Nacho, Tía Marcela, Abuela Velia, Tía Rosa.

A mi niña bonita, por todo lo vivido.

A la Universidad La Salle: Hno. José A. Diez de Medina (Rector), Hno. Jesús Muñoz (Coordinador de carrera). De forma especial a mi tutora Denisse Zapata, por todo su apoyo. A mis docentes, de quienes no solo aprendí sus conocimientos, sino también el testimonio de vida que son: Wilma Bejarano, Ariel Mealla, Ma. Esther Carrasco, Ma. Nela Paniagua, Bruno Vargas, Yamil Cárdenas. También al Ing. Diego Espinoza, por todo su apoyo.

Al Colegio San Ignacio, que me abrió las puertas para desenvolverme como docente y donde también me formé durante doce años como bachiller: P. Ramón Alaix, Lic. Freddy Montes de Oca, directores de ciclo, profesores, compañeros de trabajo (Carlos, Humberto, Daniel, Ángel, Álvaro), personal de servicio, etc.

A mis amigos y compañeros, quienes me apoyaron y motivaron a terminar la carrera: Marcelo, Sergio, Orlando, Luis, Adrián, Fabián, Ramiro, Diego, Claudia, Patricia, Rilda, Guillermo y Mauricio.

Resumen

La inexistencia de recursos didácticos que posibiliten un mejor aprendizaje de conceptos, contenidos, técnicas, de geometría analítica, motiva en estudiantes de quinto grado del nivel secundario, tener la idea de que la matemática es difícil y carente de aplicación práctica, reconociendo en todo momento su carácter abstracto.

En este sentido, este trabajo investigativo pretende ser un valioso aporte en el planteamiento de nuevas formas de enseñar y aprender matemática. La base investigativa se centró en la utilización del GeoGebra, un software educativo especializado de descarga gratuita, como medio para mejorar sustancialmente el proceso de aprendizaje de conceptos fundamentales de geometría analítica.

En este sentido se diseñó una prueba que permita medir el nivel de aprendizaje y diagnosticar las debilidades que se tiene en el tema.

Los resultados obtenidos, luego de aplicar ésta al grupo experimental y compararlos con los del grupo control, son bastante alentadores. Mejora el proceso de enseñanza aprendizaje, así como la motivación y percepción hacia la materia, lo cual nos incentiva a utilizar y aprovechar al máximo los diferentes recursos tecnológicos disponibles en el proceso educativo.

Índice de contenidos

	Página
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I: ASPECTOS GENERALES	
1.1. Antecedentes	3
1.2. Planteamiento del problema	6
1.3. Formulación del problema	8
1.4. Objetivos de la investigación	10
1.4.1. Objetivo general	10
1.4.2. Objetivo específico	11
1.5. Justificación de la investigación	11
1.5.1. Justificación teórica	11
1.5.2. Justificación practica	12
1.5.3. Justificación social	13
1.6. Delimitación de la investigación	13
1.6.1. Delimitación espacial	13
1.6.2. Delimitación temporal	14
1.6.3. Delimitación temática	14
CAPÍTULO II: MARCO REFERENCIAL	
2.1. Marco teórico	15
2.1.1. Enfoques pedagógicos	15
2.1.2. Aprendizaje	21
2.1.2.1. Características del aprendizaje	22
2.1.3. Enseñanza	24
2.1.4. Aprender y enseñar matemática	25
2.1.4.1. Papel de la resolución de problemas en el aprendizaje significativo	26
2.1.5. Enseñanza de la Matemática	27
2.1.6. Didáctica de la matemática	29
2.1.7. Recursos didácticos	32
2.1.8. GeoGebra	36
2.1.9. Matemática	38
2.1.9.1. Razonamiento matemático	39
2.1.9.2. Lenguaje y comunicación	41
2.1.9.3. Estructura interna	41

2.1.9.4. Naturaleza racional	42
2.1.9.5. Exactitud y aproximación	43
2.1.10. Geometría analítica	43
2.2. Marco legal	44
2.3. Marco contextual	46
2.3.1. Reseña histórica	46
2.3.2. Contexto educativo	49

CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO

3.1. Tipo de investigación	51
3.2. Métodos de investigación	53
3.3. Sujetos vinculados a la investigación	54
3.4. Técnicas e instrumentos de investigación	54
3.5. Hipótesis	57
3.5.1. Definición de variables	57
3.5.1.1. Variable independiente	57
3.5.1.2. Variable dependiente	58
3.5.2. Operacionalización de variables	59
3.6. Procedimiento de la investigación	60
3.6.1. Fase 1: Pre Test	61
3.6.2. Fase 2: Intervención	62
3.6.3. Fase 3: Post Test	63

CAPÍTULO IV: RESULTADOS

4.1. Presentación general	64
4.2. Prueba por hipótesis	65
4.3. Pre Test: Grupo experimental	67
4.4. Pre Test: Grupo control	69
4.5. Post Test: Grupo experimental	71
4.6. Post Test: Grupo control	73

CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones	76
5.2. Recomendaciones	78

BIBLIOGRAFÍA	79
WEBGRAFÍA	81

ANEXOS

Índice de figuras

No.		Página
1	Niveles de desempeño en razonamiento matemático en 4° de secundaria	9
2	Pantalla principal del GeoGebra	37
3	Ejercicio resuelto con el aplicativo GeoGebra	62
4	Post Test resuelto con el aplicativo GeoGebra	63
5	Porcentaje de resolución del pre test, por incisos. (Grupo experimental)	67
6	Porcentaje de estudiantes que aprobaron el pre test. (Grupo experimental)	68
7	Porcentaje de resolución del pre test, por incisos. (Grupo control)	69
8	Porcentaje de estudiantes que aprobaron el pre test. (Grupo control)	70
9	Porcentaje de resolución del post test, por incisos. (Grupo experimental)	71
10	Porcentaje de estudiantes que aprobaron el post test. (Grupo experimental)	73
11	Porcentaje de resolución del post test, por incisos. (Grupo control)	74
12	Porcentaje de estudiantes que aprobaron el post test. (Grupo control)	75

Índice de tablas

No.		Página
1	Cuadro comparativo de paradigmas educativos	20
2	Operacionalización de la variable independiente	59
3	Operacionalización de la variable dependiente	60
4	Nivel de aprovechamiento obtenido en el Pre Test (Grupo experimental)	65
5	Nivel de aprovechamiento obtenido en el Post Test (Grupo experimental)	66
6	Frecuencia absoluta y relativa, de resolución del pre test, por incisos (Grupo experimental)	67
7	Frecuencia absoluta y relativa de estudiantes que aprobaron el pre test (Grupo experimental)	68
8	Frecuencia absoluta y relativa, de resolución del pre test, por incisos (Grupo control)	69
9	Frecuencia absoluta y relativa de estudiantes que aprobaron el pre test (Grupo control)	70
10	Frecuencia absoluta y relativa, de resolución del post test, por incisos (Grupo experimental)	71
11	Frecuencia absoluta y relativa de estudiantes que aprobaron el post test (Grupo experimental)	72
12	Frecuencia absoluta y relativa, de resolución del post test, por incisos (Grupo control)	73
13	Frecuencia absoluta y relativa de estudiantes que aprobaron el post test (Grupo control)	75

Índice de anexos

No.

- 1 Diseño curricular de matemática, correspondiente al quinto grado del nivel secundario de la Unidad Educativa San Ignacio.
- 2 Pre Test, Post Test
- 3 Pruebas resueltas del pre y post test.

INTRODUCCIÓN

La presente investigación tiene como objetivo principal, mejorar el aprendizaje de conceptos fundamentales de geometría analítica a través del uso del aplicativo GeoGebra como recurso didáctico en estudiantes de quinto de secundaria.

Mejorar el aprendizaje es tema de investigación de varios entendidos en la materia. Los constantes cambios que viene experimentando nuestra sociedad, además de la gran cantidad de información disponible, hacen que se tenga que buscar diferentes e innovadoras estrategias metodológicas que respondan a este nuevo contexto.

El aprendizaje de la matemática debe posibilitar la aplicación de conocimientos fuera del ámbito escolar donde se deben tomar decisiones, enfrentarse, adaptarse a situaciones nuevas, exponer opiniones y escuchar el punto de vista de los demás.

Es necesario relacionar los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana, así como enseñar en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de puntos de vista.

Una forma de relacionar los contenidos de matemática en el ámbito de la enseñanza, consiste en utilizar los recursos ofrecidos por el software de aplicación, tal como el GeoGebra, diseñado para ejecutar algoritmos relativos a ciertos objetos matemáticos (puntos, rectas, curvas) en el plano cartesiano dentro de lo que significa la geometría analítica básica.

Para lograr los propósitos de la presente investigación, se ha elegido a estudiantes de quinto grado del nivel secundario como sujetos de estudio, debido a que poseen suficiente nivel de abstracción e interpretación de contenidos en diversas áreas, específicamente en matemática.

Uno de los enfoques pedagógicos en los que se centra este planteamiento es el tecnológico, mismo que da énfasis a la selección de recursos, medios o multimedios que garanticen que, al interactuar con ellos, los estudiantes procesarán y asimilarán los contenidos seleccionados como objeto de aprendizaje.

En este sentido, este trabajo investigativo pretende ser un valioso aporte en el planteamiento de nuevas formas de enseñar y aprender matemática. La base investigativa se centra en la utilización del GeoGebra, un software educativo especializado de descarga gratuita, que sea el medio para mejorar sustancialmente el proceso de aprendizaje de conceptos fundamentales de geometría analítica.

CAPÍTULO I

ASPECTOS GENERALES

En este capítulo se desarrolla los aspectos más importantes que dan cuerpo a la presente investigación. El análisis comienza con el planteamiento del problema y la formulación del mismo. Se plantean los objetivos que pretenden ser alcanzados al finalizar el trabajo. Desde luego que toda investigación debe estar bien fundamentada en las diferentes concepciones que tiene lugar la misma. Por último se delimita el campo de acción dentro del cual tendrá lugar el presente planteamiento.

1.1. Antecedentes

Tal como señala el informe de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE, 2003) todos los países desean mejorar la calidad y la eficacia del aprendizaje escolar y apuestan por las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC) como medio para conseguirlo. En este informe se apuntan las razones por las que los centros educativos deberían incorporar las TIC, esgrimiendo argumentos económicos: necesidad, en muchos sectores del mercado laboral, de personal competente en el uso de las TIC; argumentos sociales: el manejo de las TIC como requisito esencial para participar de una sociedad en la que los servicios, tanto públicos como privados, se ofrecen cada vez más en línea y argumentos pedagógicos: pueden ampliar y enriquecer el aprendizaje, desarrollando la capacidad de pensar con independencia, la creatividad, la solución de problemas, la gestión del propio aprendizaje, etc.

El profesor Lorenzo Sevilla Ortiz (2010), sistematizó su experiencia de haber utilizado GeoGebra y otros dos aplicativos, en las clases que dicta en la Universidad Autónoma de Madrid, a partir de la cual llegó a las siguientes conclusiones:

- El estudiante se siente más protagonista de su aprendizaje y facilita el aprender a aprender. De hecho algunos de los problemas planteados los resuelven de otra forma que al profesor no se le había ocurrido.
- Esta metodología permite acercar la geometría a los estudiantes de una forma más entretenida y menos rígida que en las clases habituales.
- El GeoGebra permite entender mejor las construcciones de los problemas y comprender las propiedades intrínsecas de cada construcción geométrica siempre y cuando el estudiante se maneje bien en la instrumentación del programa, sepa las utilidades del programa y como utilizarlas.
- El GeoGebra es un instrumento muy útil para captar propiedades y resultados que a lápiz y papel no serían posibles. Ha propiciado una actitud de búsqueda de soluciones en los problemas y cuestiones que se planteaban, y podemos decir que ha aumentado el grado de experimentación de los estudiantes. Por otro lado, el GeoGebra ha dejado al estudiante espacios para pensar, pues se deja lo rutinario para la computadora y permite dedicarse más a la investigación. Se ha constatado que en algunos estudiantes este grado de experimentación ha sido bastante importante.
- Al principio hasta que los estudiantes no se sienten familiarizados con el programa, se sienten muy dependientes de las explicaciones del profesor, pero paulatinamente van ganado confianza y no se observa

ninguna barrera. Los estudiantes no encuentran ninguna barrera en la utilización del programa ni de internet pues ya están habituados a la utilización del ordenador.

- Se ha constatado que la estrategia didáctica empleada y las formas de uso del programa GeoGebra han suscitado un ambiente de colaboración en el aula que se ha puesto de manifiesto en la comprobación de resultados, la resolución de dudas y la exploración de problemas. Aunque las colaboraciones en ocasiones pueden transmitir errores y malos hábitos entre los estudiantes. Estas circunstancias nos sitúan en un contexto de ambientes cooperativos en los que se ha favorecido la aparición de aprendizajes colaborativos, donde el factor social ha sido muy beneficioso para el aprendizaje.
- Las prácticas de GeoGebra han sido diseñadas para atender los diferentes niveles de aprovechamiento, creando ejercicios y problemas en aumento de dificultad, así los estudiantes que han desarrollado mayores destrezas y tienen mayor capacidad y facilidad para la matemática han podido avanzar a un ritmo superior al resto de sus compañeros, acorde a sus aptitudes.
- La estrategia didáctica empleada en este curso experimental provocó bastante motivación entre los estudiantes, como se puede observar en varios indicadores: los estudiantes se encontraban bastante entretenidos en clase, las clases resultaron divertidas y nada aburridas y además se les pasaban rápidamente; algunos estudiantes han dedicado bastantes horas a la asignatura fuera del horario de clase y la mayoría de los estudiantes les gustaría seguir trabajando con GeoGebra el curso que viene.

1.2. Planteamiento del problema

El aprendizaje de geometría analítica en la actualidad y en la mayoría de los centros educativos de nivel secundario en nuestro país, se reduce a la utilización del pizarrón, tizas y cuaderno de apuntes como mejores recursos didácticos para lograr este cometido. Sin embargo esta forma de aprender matemática ha originado que muchos estudiantes, tengan una predisposición poco favorable al aprendizaje de la misma.

Si bien hoy en día, varios docentes aplican esta metodología, es necesario innovar formas distintas de enseñar matemática, utilizar estrategias, recursos didácticos, medios que estén acorde a las exigencias de esta nueva era.

Uno de los recursos didácticos que en la actualidad facilita en gran medida el proceso de formación, es la computadora, los variados paquetes educativos computacionales a los que se puede acceder y las TIC. Educar (2008)

Estas herramientas tecnológicas sin duda alguna ofrecen grandes ventajas. Sin embargo son pocos los docentes que utilizan estos recursos para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Ruiz J. (2008, pp. 1-2) sostiene que hoy en día existe la tendencia cada vez mayor a pasar de un aprendizaje centrado en el docente (concepto tradicional del proceso de enseñanza aprendizaje), hacia uno centrado en el estudiante. Este cambio de paradigma implica una transformación en los roles de estudiantes y docentes. Así pues, el rol del docente dejará de ser únicamente el de transmisor de conocimientos para convertirse en un facilitador y orientador del

conocimiento y en un participante del proceso de aprendizaje junto con el estudiante.

Pero este nuevo rol no disminuye la importancia del docente, aunque si requiere de él nuevos conocimientos y habilidades. Quiere decir que tanto en la concepción tradicional del proceso de enseñanza aprendizaje, como en su nueva concepción, el papel del docente es de vital importancia y por tanto se necesitan buenos docentes, competentes y capaces de dejar una positiva huella en el estudiante.

El profesor es la persona clave en la orientación del proceso enseñanza, debido a que es el responsable de generar situaciones de aprendizaje que estimulen al estudiante en la búsqueda deliberada e intencional de respuestas a los problemas suscitados o planteados. Debe ser el docente quien elabore, seleccione materiales concretos, diseñe, busque y logre los mejores aprendizajes con la aplicación racional y pertinente de Internet, en el desarrollo de actividades que están directamente relacionadas con el proceso de enseñanza destinado al logro de aprendizajes efectivos.

Según Sánchez (2001) hoy el avance de Internet y el desarrollo de software educativo en la web, implica que las interfaces de acceso al software no estarán solamente en la computadora, sino que se accederá a través de una diversidad de tecnologías asociadas a Internet.

Actualmente, los software de juegos educativos y simulaciones por su dinámica y tipo de requerimientos cognitivos para el educando, son los que incorporan un mayor valor educativo, agregado como apoyo a procesos pedagógicos de estimulación del pensamiento.

El software de aplicación más reciente, intenta conjuncionar el aprendizaje con el entretenimiento, vale decir, estimula el aprender de manera más motivadora e interactiva.

El uso de software en matemática y, en particular, en geometría, permite tomar en cuenta las tendencias actuales en cuanto a las metodologías de la enseñanza; desarrollar la visualización, las múltiples representaciones y el hacer conjeturas, aspectos que están muy relacionados con las teorías constructivistas del conocimiento, las cuales plantean que el estudiante construye significados asociados a su propia experiencia. Una imagen puede decir más que muchas palabras y con el uso se pueden generar muchas imágenes.

1.3. Formulación del problema

Se conoce que tradicionalmente la matemática es una de las materias que menos entusiasmo a los estudiantes, quienes la catalogan como difícil y carente de aplicación práctica, reconociendo en todo momento su carácter abstracto.

Especialmente en los últimos cursos de la formación escolar, el desafío es aún mayor, debido a la exigencia en el grado de abstracción y complejidad que va incrementándose a medida que el estudiante avanza en su bachillerato.

En forma adicional, las últimas generaciones de estudiantes demuestran gran falta de motivación, y muy pocas habilidades personales para realizar dibujos a mano alzada, mucho menos comprender y emplear desarrollos analíticos algebraicos.

En parte estas falencias se deben a la inexistencia de recursos didácticos que posibiliten un mejor aprendizaje de conceptos, contenidos, técnicas, etc.

La resolución de problemas sencillos insume en los estudiantes un tiempo demasiado largo por lo que se dificulta la retroalimentación directa.

Según el Ministerio de Educación de Bolivia (2004, pp. 116,117) en matemática sólo un tercio de los estudiantes tiene rendimiento alto en geometría y menos de un tercio en aritmética, álgebra y estadística aplicada.

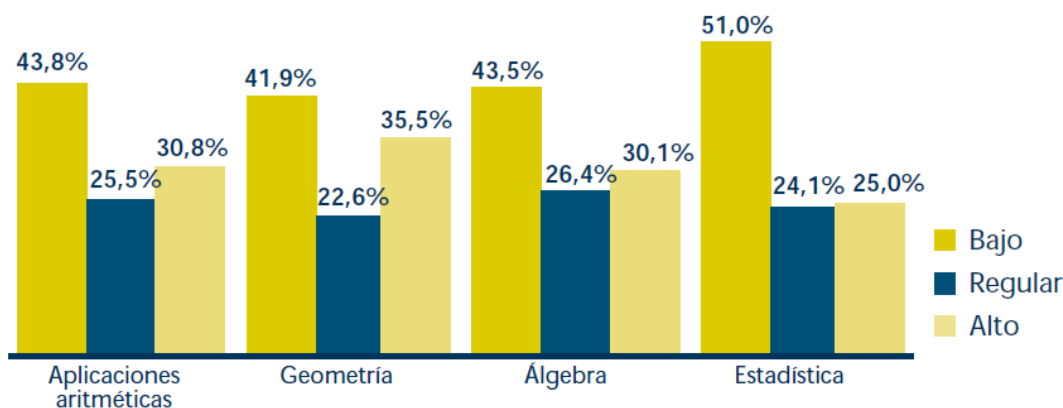


Figura 1. Niveles de desempeño en razonamiento matemático en 4° de secundaria
Fuente: SIMECAL (2001)

Los factores asociados a bajos rendimientos escolares de los jóvenes que culminan la secundaria son: las características personales de los jóvenes, los aspectos vinculados a condiciones estructurales de tipo familiar y social, la visión futura a la que se enfrentan los egresados al concluir la educación secundaria y, finalmente, factores asociados al proceso de enseñanza y aprendizaje. SIMECAL (1999).

El cambio tecnológico es muy rápido, pero no es así en la apropiación del uso de este medio por parte de los profesores. El profesor requiere de cambios en los modelos de enseñanza para los medios de comunicación e información. Sánchez (2001).

Las TIC permiten el desarrollo de nuevos materiales didácticos de carácter electrónico que utilizan diferentes soportes. Los nuevos soportes de información, como el internet o los discos digitales, más allá de sus características técnicas, generan una gran innovación comunicativa, aportando un lenguaje propio, unos códigos específicos orientados a generar modalidades de comunicación alternativas y nuevos entornos de aprendizaje colaborativo.

Por consiguiente se hace necesario que el profesor utilice variadas estrategias durante el aprendizaje. Desde la posición de intermediario entre el estudiante y la cultura, la atención en la diversidad de los educandos y las situaciones requerirá, en algunas ocasiones, retar, dirigir, en otras, proponer, explorar, analizar, contrastar.

En este sentido la pregunta de investigación del presente trabajo académico se plantea como sigue: *¿En qué grado se podría mejorar el aprendizaje de conceptos fundamentales de geometría analítica con el uso y aplicación del recurso didáctico tecnológico GeoGebra?*

1.4. Objetivos de la investigación

A continuación se plantea el objetivo general de la investigación, así como los objetivos específicos que coadyuvaran a alcanzar el mismo.

1.4.1. Objetivo general

Mejorar el aprendizaje de conceptos fundamentales de geometría analítica a través del uso de la aplicación GeoGebra como recurso didáctico en estudiantes de quinto de secundaria.

1.4.2. Objetivos específicos

- Elaborar y aplicar un pre test que determine el nivel de aprendizaje de conceptos fundamentales de geometría analítica.
- Resolver ejercicios prácticos y de aplicación, utilizando el aplicativo GeoGebra, que permitan la interacción entre el estudiante y el software.
- Aplicar un post test que demuestre la mejora del aprendizaje de conceptos fundamentales de geometría analítica.

1.5. Justificación de la investigación

Son los alegatos de tipo teórico, práctico y social que dan sustento a la propuesta de investigación. A continuación se desarrollará cada uno de éstos.

1.5.1. Justificación teórica

Generalmente son dos las experiencias docentes que más recordamos: algún tipo de experiencia directa y un momento de percepción o descubrimiento. A menudo, las dos cosas ocurren a la vez, ya que la experiencia lleva a la percepción. Los tipos de experiencias docentes descritos tienen la facultad de exigir un lugar en la memoria, no sólo por ser divertidas, sino porque estimulan a los estudiantes a pensar y a crear significados por su propia cuenta. Este tipo de reto mental es agradable; aumenta la autoestima y convierte el aprendizaje en una actividad re vigorizante.

El pensamiento visual constituye una parte tan básica de nuestro funcionamiento que todos nosotros –tanto educadores como educandos– lo utilizamos en todo momento. El valor que aporta estudiar sus aplicaciones y

llegar a conocer el papel que desempeña en la enseñanza radica en el hecho de que nos permite hacer un uso consciente de un poderoso instrumento, y con ello ampliar nuestra efectividad. Hacer del pensamiento visual una parte explícita de la enseñanza impartida en una clase permite también a los estudiantes desarrollar sus capacidades en tal o cual disciplina, y con ello aumentar su eficacia en el rendimiento escolar.

1.5.2. Justificación práctica

Para Ángel y Bautista (2001), la evolución que ha experimentado el software, nos ofrece nuevas formas de enseñar, aprender y hacer matemática, brindando amplias posibilidades didácticas. Así mismo destacan el potencial de esta tecnología tanto para lograr la interacción del alumnado con situaciones de aprendizaje que lo conduzcan a construir conocimientos, como para tener una visión más amplia del contenido matemático.

GeoGebra remite desde el principio a la geometría de coordenadas con una ventana algebraica que mantiene a la vista los valores que toman las variables y las coordenadas de los puntos en cada momento, esto lo hace especialmente apto para el estudio de funciones ya que las relaciones entre gráfica y expresión algebraica aparecen más evidentes. Para el dibujo con regla y compás supone algunas pequeñas dificultades fácilmente resolubles si cambiamos un poco la forma de pensar y el tipo de razonamientos que utilizamos. ROGER (2007, p. 34).

A diferencia de otros paquetes informáticos especializados en geometría analítica, como por ejemplo el Recon, el GeoGebra permite resolver situaciones propias de la geometría analítica de forma más práctica. El programa permite

realizar representaciones gráficas en un sistema de ejes coordenados de forma sencilla y acompañar los mismos con sus correspondientes representaciones matemáticas. Estas y otras bondades que presenta este software educativo harán posible cambiar la percepción hacia la geometría analítica.

1.5.3. Justificación social

Se ha constatado que la estrategia didáctica empleada y las formas de uso del programa GeoGebra han suscitado un ambiente de colaboración en el aula que se ha puesto de manifiesto en las comprobaciones de resultados, la resolución de dudas y la exploración de problemas. Estas circunstancias nos sitúan en un contexto de ambientes cooperativos en los que se ha favorecido la aparición de aprendizajes colaborativos, donde el factor social ha sido muy beneficioso para el aprendizaje.

Se trabaja mejor en grupos de estudio, los estudiantes enriquecen metodología personal, mediando por profesor, introducción al trabajo de grupos científicos. Actuando en forma sinérgica (suma de partes más que el todo).

1.6. Delimitación de la investigación

Son las limitaciones de carácter espacial, temporal y temática sobre la que se desarrolla la investigación.

1.6.1. Delimitación espacial

Geográficamente la investigación se sitúa en Bolivia, departamento La Paz, provincia Murillo, Ciudad La Paz, Distrito 2, Colegio San Ignacio.

1.6.2. Delimitación temporal

La investigación tuvo una duración aproximada de un semestre de acuerdo a las fases que contempla la misma. Se llevó a cabo el segundo semestre de la gestión 2011, respondiendo a la planificación curricular de la Unidad Educativa San Ignacio (Anexo 1). De esta forma no se interrumpió ni perjudicó la gestión educativa, por lo que la estrategia planteada fue pertinente.

1.6.3. Delimitación temática

El tema se inscribe dentro del área de la didáctica y en particular aborda los métodos de enseñanza abocándose a los recursos utilizados en este proceso.

Dentro del área de matemática, la investigación se centra en conceptos fundamentales de geometría analítica, como ser: distancia entre dos puntos pendiente de un recta a partir de las coordenadas de dos puntos, ángulo entre dos rectas a partir de las pendientes de las mismas, paralelismo y perpendicularidad entre rectas, rectas notables de un triángulo: medianas, mediatrices, alturas y bisectrices y puntos notables de un triángulo: baricentro, circuncentro, ortocentro e incentro.

CAPÍTULO II

MARCO REFERENCIAL

En este capítulo se abordan aquellos lineamientos que dan respaldo teórico a la presente investigación. El desarrollo de éstos, inicia con los enfoques pedagógicos, el proceso de aprendizaje, los recursos y medios didácticos. Dentro de éstos se desarrolla el GeoGebra. Finalmente se abordan las concepciones matemáticas y de geometría analítica sobre las que se estructura este trabajo.

2.1. Marco teórico

Es el sustento basado en aquellas teorías más importantes sobre las que se apoya este planteamiento. A continuación se desarrollan las mismas.

2.1.1. Enfoques pedagógicos

El enfoque **tecnológico**, se caracteriza por utilizar el diseño instruccional, que es asumido por el docente como un proceso de determinación de ciertas conductas observables que se espera logre el educando; estas se puntualizan en los objetivos y en el análisis de tareas. Se da énfasis a la selección de recursos, medios o multimedios que garanticen que, al interactuar con ellos, los estudiantes procesarán y asimilarán los contenidos seleccionados como objeto de aprendizaje. La evaluación es similar a la del enfoque academicista. Molina, Z. (1997, pp. 26 - 27).

En la siguiente tabla, se resume las características más importantes que hacen a los otros enfoques en cuales también se basa esta investigación.

	COGNITIVO	SOCIO CULTURAL	CONSTRUCTIVISTA
Principios fundamentales	<ul style="list-style-type: none"> • Al paradigma cognitivo, se le conoce como psicología instruccional, cuya problemática se enfoca en estudiar las representaciones mentales, teniendo características racionalistas con tendencias hacia el constructivismo. • La principal característica es que considera al sujeto como un ente activo, cuyas acciones dependen en gran parte de representaciones y procesos internos que él ha elaborado como resultado de las relaciones previas con su entorno físico y social • Concibe como parte fundamental enseñar a los estudiantes habilidades de aprender a aprender y a pensar en forma eficiente, independientemente del contexto instruccional. • Centra su atención en el estudio de cómo el individuo, construye su pensamiento a través de sus estructuras organizativas y funciones adaptativas al interactuar con el medio. • La actividad mental es inherente al hombre y debe ser desarrollada. • El sujeto que aprende no es una tabla rasa, ni un ente pasivo a merced de contingencias ambientales o instruccionales. 	<ul style="list-style-type: none"> • El individuo aunque importante no es la única variable en el aprendizaje. Su historia personal, su clase social y consecuentemente sus oportunidades sociales, su época histórica, las herramientas que tenga a su disposición, son variables que no solo apoyan el aprendizaje sino que son parte integral de “él”, estas ideas lo diferencia de otros paradigmas. • Una premisa central de este paradigma es que el proceso de desarrollo cognitivo individual no es independiente o autónomo de los procesos socioculturales en general, ni de los procesos educacionales en particular. • No es posible estudiar ningún proceso de desarrollo psicológico sin tomar en cuenta el contexto histórico-cultural en el que se encuentra inmerso, el cual trae consigo una serie de instrumentos y prácticas sociales históricamente determinados y organizados. 	<ul style="list-style-type: none"> • También llamada constructivismo situado, el aprendizaje tiene una interpretación audaz: Sólo en un contexto social se logra aprendizaje significativo. • El origen de todo conocimiento es la sociedad dentro de una cultura dentro de una época histórica. • El lenguaje es la herramienta cultural de aprendizaje por excelencia. • El individuo construye su conocimiento por que es capaz de leer, escribir y preguntar a otros y preguntarse a si mismo sobre aquellos asuntos que le interesan. • El individuo construye su conocimiento no porque sea una función natural de su cerebro sino por que literalmente se le ha enseñado a construir a través de un dialogo continuo con otros seres humanos. • La construcción mental de significados es altamente improbable si no existe el andamiaje externo dado por un agente social. • La mente para lograr sus cometidos constructivistas, necesita no sólo de sí misma, sino del contexto social que la soporta.

<p style="text-align: center;">Propuesta educativa</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Bruner: su propuesta es el aprendizaje por descubrimiento. Objetivo principal de la escuela es aprender a aprender y/o en el enseñar a pensar ● Ausubel: elaboró la teoría del aprendizaje significativo o de asimilación. ● Dewey, Ausubel y Glaser: La psicología instruccional ● Bloom y Cols, realizan una clasificación cognitiva de los objetivos en seis niveles “taxonomía de Bloom”: conocimiento, comprensión, aplicación, análisis, síntesis y evaluación. ● Reuven Feurestein: Teoría de la modificabilidad cognitiva (Todos nosotros somos modificables y podemos contribuir a modificar a otros). Teoría de la experiencia de aprendizaje mediado (marca que cualquier ser humano puede ser mediador, el cual tiene que tener esencialmente: intencionalidad, reciprocidad, significado referente a su cultura y finalmente mediación siendo trascendente el saber, hacer y entender. ● Programa de enriquecimiento instrumental. Modelo de evaluación dinámica del potencial de aprendizaje. Modelo de construcción de ambientes de aprendizaje. Aprendizaje por descubrimiento. Investigación y programas de entrenamiento de estrategias cognitivas. Un maestro tipo facilitador. 	<ul style="list-style-type: none"> ● De acuerdo a Vigostky, el problema epistemológico de la relación entre el sujeto y el objeto de conocimiento se resuelve con un planteamiento interaccionista dialéctico (S-O), en el que existe una relación de indisociación, de interacción y de transformación recíproca iniciada por la actividad mediada del sujeto. La relación sujeto – objeto se convierte en un triángulo abierto en el que los tres vértices representan al sujeto y al objeto y los artefactos o instrumentos socioculturales, y abierto a los procesos de influencia de un grupo sociocultural determinado. ● El sujeto a través de la actividad mediada en interacción con su contexto sociocultural y participando con los otros en prácticas socioculturalmente constituidas, reconstruye el mundo sociocultural en que vive; al mismo tiempo tiene lugar su desarrollo cultural en el que se constituyen progresivamente las funciones psicológicas superiores y la conciencia. ● Bruner. Los procesos educativos son entendidos como “foros culturales”, como espacios en los que los enseñantes y los aprendices negocian, discuten, comparten y contribuyen a reconstruir los códigos y contenidos curriculares: los saberes en los que se incluyen no sólo conocimientos de tipo conceptual, sino también habilidades, valores, actitudes, normas, etc. En torno a ellos se crean interpretaciones y asimilaciones de significados, gracias a la participación conjunta de ambos. 	<ul style="list-style-type: none"> ● Vygotsky La relación entre el sujeto y el objeto de conocimiento está mediada por la actividad que el individuo realiza sobre el objeto con el uso de instrumentos socioculturales, pueden ser básicamente de dos tipos: las herramientas y los signos. ● Piaget. Una categoría fundamental para la explicación de la construcción del conocimiento son las acciones (físicas y mentales) que realiza el sujeto cognoscente frente al objeto de conocimiento. Al mismo tiempo el objeto también "actúa" sobre el sujeto o "responde" a sus acciones. Promoviendo en éste cambios dentro de sus representaciones que tiene de él. Por tanto, existe una interacción recíproca entre el sujeto y el objeto de conocimiento. El sujeto transforma al objeto al actuar sobre él y al mismo tiempo construye y transforma sus estructuras o marcos conceptuales en un ir y venir sin fin. El sujeto conoce cada vez más al objeto, en tanto se aproxime más a él (por medio de los instrumentos y conocimientos que posee va creando una representación cada vez más acabada del objeto) pero a su vez y en concordancia con el realismo del que estábamos hablando, el objeto se aleja más del sujeto (el objeto "se vuelve" más complejo, y le plantea nuevas problemáticas al sujeto) y nunca acaba por conocerlo completamente. De acuerdo con Piaget existen dos funciones fundamentales que intervienen y son una constante en el proceso de desarrollo cognitivo. Estos son los procesos de organización y de adaptación.
---------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p style="text-align: center;">Aportes a la educación</p>	<ul style="list-style-type: none"> • El uso de estrategias de enseñanza <ul style="list-style-type: none"> a) La tecnología del texto b) Los programas de entrenamiento de estrategias de aprendizaje c) Los programas de enseñar a pensar d) La enseñanza de áreas de contenido escolar e) Los sistemas expertos y de tutoría inteligente. 	<ul style="list-style-type: none"> • Planeación y desarrollo de la enseñanza a partir del nivel de desarrollo real y también del estímulo al desarrollo potencial • Proyectos de intervención temprana • Modelo de enriquecimiento escolar e instrumental. • Concepto de “Zona de Desarrollo próximo”, que se conjuga con la internacionalización y autorregulación de funciones y procesos psicológicos. • Aprendizaje cooperativo • La concepción de evaluación dinámica. 	<ul style="list-style-type: none"> • El individuo es producto de una construcción propia de su conocimiento y su persona. • El aprendizaje es una actividad de interacción social en forma cooperativa. • El estudiante trabaja con independencia a su propio ritmo, con colaboración y trabajo en equipo.
<p style="text-align: center;">Rol estudiante</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Es un sujeto activo procesador de información quien posee una serie de esquemas, planes y estrategias para aprender a solucionar problemas, los cuales a su vez deben ser desarrollados. Se parte de que el estudiante posee un conocimiento previo, acorde a su nivel de desarrollo cognitivo, al cual se programa experiencias sobre hechos que promoverán aprendizajes significativos, induciendo o potenciando habilidades cognitivas o meta cognitivas. • Considera al estudiante como un procesador activo de información. 	<ul style="list-style-type: none"> • Ente social, protagonista y producto de las múltiples interacciones sociales en que se ve involucrado a lo largo de su vida escolar y extraescolar. • El estudiante reconstruye los saberes, pero no los hace solo, se entremezclan procesos de construcción personal y procesos de construcción en colaboración con los otros que intervinieron de una u otra forma en ese proceso. 	<ul style="list-style-type: none"> • Constructor activo de su propio conocimiento y reconstructor de los contenidos escolares a los que se enfrenta. • El estudiante debe ser visto como un sujeto que posee un determinado nivel de desarrollo cognitivo y que ha elaborado una serie de interpretaciones o construcciones sobre los contenidos escolares.

Rol docente	<ul style="list-style-type: none"> • Parte de las ideas previas de los estudiantes para que aprendan a aprender y a pensar. • Diseña y organiza experiencias didácticas que promuevan esa finalidad. • Promueve el aprendizaje significativo mediante el descubrimiento y recepción. • Utiliza y conoce estrategias instruccionales cognitivas de manera efectiva. • Diseña actividades de aprendizaje que promuevan el desarrollo de las habilidades intelectuales • Es un guía que enseña de manera afectiva: conocimientos, habilidades cognitivas, meta cognitivas y autorreguladoras. 	<ul style="list-style-type: none"> • Experto que enseña en una situación esencialmente interactiva, promoviendo zonas de desarrollo próximo. • Su participación en el proceso instruccional para la enseñanza de algún contenido (conocimientos, habilidades, procesos) en un inicio debe ser sobre todo "directiva", mediante la creación de un sistema de apoyo que J. Bruner ha denominado "andamiaje" por donde transitan los estudiantes. • Posteriormente con los avances del estudiante en la adquisición o internalización del contenido, se va reduciendo su participación al nivel de un simple "espectador empático" • El profesor debe ser entendido como un agente cultural que enseña en un contexto de prácticas y medios socioculturalmente determinados, y como un mediador esencial entre el saber sociocultural y los procesos de apropiación de los estudiantes. Así, a través de actividades conjuntas e interactivas, el docente procede promoviendo zonas de construcción para que el estudiante se apropie de los saberes, gracias a sus aportes y ayudas estructurados en las actividades escolares siguiendo cierta dirección intencionalmente determinada. • La educación formal debe estar dirigida en su diseño y en su concepción a promover el desarrollo de las funciones psicológicas superiores y con ello el uso funcional, reflexivo y descontextualizado de los instrumentos (físicos y psicológicos) y tecnologías de mediación sociocultural (la escritura, las computadoras, etc.) 	<ul style="list-style-type: none"> • Promueve el desarrollo y la autonomía de los educandos. Conoce con profundidad los problemas y características del aprendizaje operatorio de los estudiantes y las etapas y estadios del desarrollo Cognoscitivo general. • Promueve una atmósfera de reciprocidad, de respeto y autoconfianza, dando oportunidad para el aprendizaje autoestructurante de los educandos, principalmente mediante la "enseñanza indirecta" y del planteamiento de problemas y conflictos cognitivos. • La enseñanza debe partir de actividades reales que permitan su posterior transferencia, pero que al mismo tiempo integren la complejidad que caracteriza a las situaciones del mundo real. • Favorece una búsqueda activa y continua del significado. • El conocimiento se construye a partir de la experiencia; el error lo considera como una posibilidad de autovaloración de los procesos realizados y permite al mismo tiempo la reflexión del estudiante para la mejora de los resultados. En este sentido, el error no es considerado como negativo sino como paso previo para el aprendizaje; son importantes los elementos motivacionales para llevar a cabo aprendizajes significativos y necesidad de la durabilidad y significatividad del cambio cognitivo producido en los Estudiantes.
--------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Evaluación	<ul style="list-style-type: none"> • De acuerdo al paradigma cognitivo se deben evaluar el aprendizaje de los contenidos declarativos (saber qué), procedimentales (saber hacer) y actitudinales. (saber ser). • Evaluación de los procesos de aprendizaje. • Cuestionarios de auto reporte y de productos finales. • Tareas usando estrategias. 	<ul style="list-style-type: none"> • Evaluación dinámica. • Diagnostica el potencial de aprendizaje. • Mide la amplitud de la Zona de desarrollo próximo, las líneas de acción de las prácticas educativas. • Centrada en considerar los procesos en camino de desarrollo y/o el llamado potencial de aprendizaje. 	<ul style="list-style-type: none"> • Evaluaciones derivadas directamente de los estudios realizados de las distintas interpretaciones que los educandos van construyendo en relación a determinados contenidos. • Centrada mayoritariamente en los procesos relativos a los estados de conocimiento, hipótesis e interpretaciones logradas. Se utilizan registros de progresos, análisis de actividades grupales, estudio de formas de solución a las formas problemáticas que se plantean. • La evaluación debe realizarse sobre los procesos, nociones y competencias cognitivas de los estudiantes.
-------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Tabla 1. Cuadro comparativo de paradigmas educativos
Fuente: Centro de Estudios en Comunicación y Tecnologías Educativas (CECTE)

2.1.2. Aprendizaje

Orellana, O. (2003, pp. 40-42), sostiene que los nuevos retos de la enseñanza y los planteamientos sobre el desarrollo personal del estudiante viene modificando los factores clásicos que afectaban el aprendizaje, como eran la inteligencia, la maduración, el crecimiento, la buena disciplina y urbanidad; hoy ante un mundo de permanente cambio y la hiperinformación que modifica la actuación personal y la competitividad se tiene que reelaborar los factores del aprendizaje escolar.

En primer lugar, se tendría que determinar los factores de la enseñanza y poder ubicar la institución educativa y sus recursos, la programación curricular y la práctica docente, tan importantes hoy como decisiva en el aprendizaje del estudiante, pues, al aprendizaje forma parte de las aspiraciones y objetivos estratégicos propuestos en un proyecto educativo, y no podría entender de otra manera, inclusive en las nuevas tendencias de descentralización y la autonomía de la institución escolar. Tradicionalmente a los factores de la enseñanza se los ha tratado como infraestructura material; esta concepción es unilateral y restringida, tenemos necesidad de planificar la enseñanza en sus distintos niveles de concreción, desde los objetivos generales del proyecto de desarrollo educativo, hasta la práctica directa de la enseñanza en el aula y la profecía académica que desarrollan los docentes, así como los criterios de evaluación.

En segundo lugar, tenemos al clima social en el aula referido a las relaciones interpersonales, las habilidades sociales y el aprendizaje cooperativo. Al respecto tenemos que reconocer la importancia del trabajo en equipo, la posición en que cada estudiante se ubica en el aula y el contexto de la interacción social sostenido por la enseñanza; es decir, de una manera planificada y dirigida

por el docente, evitando las distorsiones frecuentes que se realizan en el sentido del “exceso” de activismo de la mal llamada “metodología activa”, reduciendo el clima social de aulas a juegos o pasatiempos que contribuyen muy poco o casi nada a dichos objetivos. El clima social en el aula se refiere a las actividades de reflexión, construcción colectiva de conocimiento y toma de decisiones bajo la asesoría del docente, el cual debe actuar como asesor y potenciador en el logro de habilidades sociales, la formación de actitudes positivas y la interacción personal consecuente.

En tercer lugar, ubicamos la identidad escolar, necesaria para sentirse parte de un proyecto educativo y las características personales que contribuyen al desarrollo de la personalidad del educando. Los estudiantes deben sentirse orgullosos de formar parte de una institución escolar y de los proyectos de desarrollo que ella implementa, favoreciendo con ello el sentimiento de pertenencia a dicha institución, así como la activación de las estructuras motivacionales, la autoestima y el auto concepto, muy importantes para mantener y desarrollar un mejor aprendizaje.

En cuarto lugar, la estructura cognitiva del estudiante que involucra la inteligencia, habilidades cognitivas, estilos cognitivos, metacognición y todos los procesos psicológicos superiores que contribuyen al aprendizaje.

2.1.2.1. Características del aprendizaje

El aprendizaje construye estructuras lógicas: Piaget es un estudioso del desarrollo cognitivo, fundamentalmente en lo referente a la adquisición de estructuras lógicas, en tal sentido aborda al aprendizaje como un proceso subordinado al desarrollo cognitivo del sujeto; es decir, que las capacidades de

los estudiantes dependen del nivel de desarrollo alcanzado. En otras palabras en cada etapa del desarrollo subyace una forma de pensar lógica y de aprender, contextualizado por un mecanismo básico de adquisición de conocimientos y la estructuración permanente de determinados esquemas.

El aprendizaje tiene su base en los conocimientos previos: Ausbel sostiene que el aprendizaje tiene su base en la relación de los conocimientos previos que el estudiante tenga sobre un aspecto o tema determinado y los nuevos conocimientos impartidos por la enseñanza, a la relación entre ambos se conceptúa como una actividad significativa para el que aprende.

El aprendizaje produce un cambio cognitivo: el aprendizaje no debe centrarse solamente en las respuestas observables y medibles de los estudiantes; sino y, sobretodo, en los procesos internos comprometidos y activados, tales como el pensamiento y la memoria. El cambio cognitivo aludido se refiere a la modificación del conocimiento anterior por uno nuevo y superior, mediado por un proceso de equilibrio, desequilibrio y reequilibrio cognitivo, que satisface el entendimiento y la actuación racional sobre la realidad. Esto quiere decir que el aprendizaje es la modificación dinámica de los esquemas de conocimiento.

El aprendizaje para que sea tal tiene que ser un aprendizaje significativo: tradicionalmente, mucho se confundió el aprendizaje con la memoria, se suponía que un estudiante tenía mejor aprendizaje cuando podía recordar más de lo normal, promoviendo una desviación pedagógica a la que se le denominó memorismo, llegando al extremo de estimular el recuerdo de cosas sin sentido para el propio estudiante, y a ello se le valoraba como buen rendimiento en el aprendizaje. Opuesta a esta concepción es el aprendizaje significativo, con sentido; es decir, con un contenido que construyen estructuras de conocimiento.

Ausbel señala que para que se produzca aprendizaje significativo hay que tener en cuenta dos requisitos: la significación lógica del contenido y la significación psicológica. La primera referida a que los esquemas de conocimiento que se adquieren deben reunir las características de la lógica del pensamiento de la disciplina a la que hace referencia; y la significatividad psicológica a la relación que se establece entre los contenidos del aprendizaje y la estructura cognitiva del estudiante.

El aprendizaje es un logro individual promovido por la actuación interpersonal: esto implica que el responsable del aprendizaje es el propio estudiante, o que éste construye su propio aprendizaje activado por experiencias colectivas, ya sea con el profesor o con otros estudiantes. Orellana, O. (2003, pp. 40-45)

2.1.3. Enseñanza

Orellana, O. (2003, pp. 53-54) define la enseñanza escolar como una actividad especializada de la educación que consiste en la actuación de un profesional que recibe el encargo de una institución educativa, y por lo tanto cuenta con un reconocimiento público, para poder actuar sobre un sujeto de aprendizaje (estudiante) al que le transmite una información vigente, actualizada por la cultura y la ciencia, con el objeto de desarrollar sus capacidades personales, especializar determinadas habilidades y promover la construcción del conocimiento a través de la conciencia (autoconciencia) que le permita una autorregulación de los procesos cognitivos, afectivos y sociales, de acuerdo a los requerimientos de un momento histórico determinado.

Como se puede apreciar, la enseñanza es un proceso complejo y está lejos de ser una actividad que sólo se limita a transmitir información o formar determinadas pautas de comportamiento. De acuerdo al nivel que se refiera, la enseñanza tiene especialización en determinados contenidos de conocimiento, fomentando siempre procesos operativos sustentados en las habilidades básicas y/o complementarias, y los procesos de control en las habilidades superiores, o estrategias específicas que promueven la responsabilidad para que el estudiante sea protagonista de su propio aprendizaje; es decir, que pueda desplazar por los escenarios de los cambios tecnológicos y la visión de futuro sobre las condiciones históricas comprometidas en su desarrollo personal.

En el aula, la enseñanza mantiene una comunicación interactiva, sobre conocimientos, capacidades, destrezas o habilidades en una situación pedagógica entre una persona que enseña y otro que aprende, empleando la más diversa heterogeneidad de recursos, al punto que no se puede entender una enseñanza con la ausencia de uno de ellos.

2.1.4. Aprender y enseñar matemática

De acuerdo con nuestra concepción de matemática, "conocer" o "saber" matemática, es algo más que repetir las definiciones o ser capaz de identificar propiedades de números, magnitudes, polígonos u otros objetos matemáticos.

La persona que sabe matemática ha de ser capaz de usar el lenguaje y conceptos matemáticos para resolver problemas. No es posible dar sentido pleno a los objetos matemáticos si no los relacionamos con los problemas de los que han surgido.

Es frecuente que las orientaciones curriculares insistan en que el aprendizaje de matemática debe ser significativo y que para conseguirlo los estudiantes deben aprender matemática con comprensión, construyendo activamente los nuevos conocimientos a partir de la experiencia y los conocimientos previos.

Las orientaciones curriculares consideran que el aprendizaje significativo supone comprender y ser capaz de aplicar los procedimientos, conceptos y procesos matemáticos, y para ello deben coordinarse el conocimiento de hechos, la eficacia procedimental y la comprensión conceptual. Skemp (1980)

2.1.4.1. Papel de la resolución de problemas en el aprendizaje significativo

La actividad de resolver problemas es esencial si queremos conseguir un aprendizaje significativo de las matemáticas. No debemos pensar en esta actividad sólo como un contenido más del currículo matemático, sino como uno de los vehículos principales del aprendizaje de matemática, y una fuente de motivación para los estudiantes ya que permite contextualizar y personalizar los conocimientos. Al resolver un problema, el estudiante dota de significado a las prácticas matemáticas realizadas, ya que comprende su finalidad.

El trabajo del estudiante en la clase de matemática debe ser en ciertos momentos comparable al de los propios matemáticos: el estudiante investiga y trata de resolver problemas, predice su solución (formula conjeturas), trata de probar que su solución es correcta, construye modelos matemáticos, usa el lenguaje y conceptos matemáticos, incluso podría crear sus propias teorías, intercambia sus ideas con otros, finalmente reconoce cuáles de estas ideas son

correctas- conformes con la cultura matemática-, y entre todas ellas elige las que le sean útiles.

Por el contrario, el trabajo del profesor es, en cierta medida, inverso al trabajo de un matemático: en lugar de partir de un problema y llegar a un conocimiento matemático, parte de un conocimiento matemático y busca uno o varios problemas que le den sentido para proponerlo a sus estudiantes (recontextualización). Una vez producido un conocimiento, el matemático lo despersonaliza. Trata de quitarle todo lo anecdótico, su historia y circunstancias particulares, para hacerlo más abstracto y dotarlo de una utilidad general. El profesor debe, por el contrario, hacer que el estudiante se interese por el problema (repersonalización). Para ello, con frecuencia busca contextos y casos particulares que puedan motivar al educando.

No basta con cualquier solución a un problema. El profesor trata de ayudar a sus estudiantes a encontrar las que son “correctas” matemáticamente. El conocimiento matemático tiene una dimensión cultural. Por ello el profesor ha de ayudar a sus estudiantes a encontrar o construir este "saber cultural" de modo que progresivamente se vayan incorporando a la comunidad científica y cultural de su época. Skemp (1980)

2.1.5. Enseñanza de la matemática

La mayor parte de los profesores comparten actualmente una concepción constructivista de las matemáticas y su aprendizaje. En dicha concepción, la actividad de los estudiantes al resolver problemas se considera esencial para que éstos puedan construir el conocimiento.

Pero el aprendizaje de conceptos científicos complejos (por ejemplo de conceptos físicos o matemáticos) en adolescentes y personas adultas, no puede basarse solamente en un constructivismo estricto. Requeriría mucho tiempo de aprendizaje y, además, se desperdiciarían las posibilidades de poder llevar al educando rápidamente a un estado más avanzado del conocimiento, mediante técnicas didácticas adecuadas.

El aprendizaje de una lengua, requiere la práctica de la conversación desde su comienzo, pero si queremos lograr un aprendizaje funcional que permita la comunicación, será preciso el estudio de la gramática. Del mismo modo, además de hacer matemáticas es preciso estudiar las reglas matemáticas para poder progresar en la materia.

Puesto que disponemos de todo un sistema conceptual previo, herencia del trabajo de las mentes matemáticas más capaces a lo largo de la historia desaprovecharíamos esta herencia si cada estudiante tuviese que redescubrir por sí mismo todos los conceptos que se le tratan de enseñar.

La ciencia, y en particular las matemáticas, no se construyen en el vacío, sino sobre los pilares de los conocimientos construidos por nuestros predecesores. El fin de la enseñanza de las matemáticas no es sólo capacitar a los estudiantes a resolver los problemas cuya solución ya conocemos, sino prepararlos para resolver problemas que aún no hemos sido capaces de solucionar. Para ello, hemos de acostumbrarles a un trabajo matemático auténtico, que no sólo incluye la solución de problemas, sino la utilización de los conocimientos previos en la solución de los mismos.

Los estudiantes aprenden matemáticas por medio de las experiencias que les proporcionan los profesores. Por tanto, la comprensión de las matemáticas por parte de los estudiantes, su capacidad para usarlas en la resolución de problemas, y su confianza y buena disposición hacia las matemáticas están condicionadas por la enseñanza que encuentran en la escuela.

No hay recetas fáciles para ayudar a todos los estudiantes a aprender, o para que todos los profesores sean eficaces. No obstante, los resultados de investigaciones y experiencias que han mostrado cómo ayudar a los estudiantes en puntos concretos deberían guiar el juicio y la actividad profesional. Para ser eficaces, los profesores deben conocer y comprender con profundidad las matemáticas que están enseñando y ser capaces de apoyarse en ese conocimiento con flexibilidad en sus tareas docentes. Necesitan comprender y comprometerse con sus estudiantes en su condición de aprendices de matemáticas y como personas y tener destreza al elegir y usar una variedad de estrategias pedagógicas y de evaluación. Además, una enseñanza eficaz requiere una actitud reflexiva y esfuerzos continuos de búsqueda de mejoras. Skemp (1980)

2.1.6. Didáctica de la matemática

Ante la extrema complejidad de los problemas de la Educación Matemática, Steiner (1985) indica que se producen dos reacciones extremas:

- Los que afirman que la Didáctica de la Matemática no puede llegar a ser un campo con fundamentación científica y, por tanto, la enseñanza de la matemática es esencialmente un arte.
- Los que, pensando que es posible la existencia de la Didáctica como ciencia, reducen la complejidad de los problemas seleccionando

sólo un aspecto parcial (análisis del contenido, construcción del currículo, métodos de enseñanza, desarrollo de destrezas en el estudiante, interacción en el aula, etc.) al que atribuyen un peso especial dentro del conjunto, dando lugar a diferentes definiciones y visiones de la misma.

De manera parecida se expresa Brousseau (1989) indicando una primera acepción de la Didáctica de la Matemática, que consiste en la identificación de la didáctica como el arte de enseñar - conjunto de medios y procedimientos que tienden a hacer conocer, en nuestro caso, la matemática.

Brousseau (1989), sin embargo, distingue dos concepciones de carácter científico que denominaremos concepción pluridisciplinar aplicada y concepción autónoma (calificada por Brousseau como fundamental o matemática). Como bisagra entre estos dos grupos se distingue también una concepción tecnicista, para la que la didáctica serían las técnicas de enseñanza, "la invención, descripción, estudio, producción y el control de medios nuevos para la enseñanza: currículo, objetivos, medios de evaluación, materiales, manuales, logicales, obras para la formación, etc."

En el punto de vista que hemos denominado concepción pluridisciplinar de la didáctica, que coincidiría con la segunda tendencia señalada por Steiner, ésta aparece como una etiqueta cómoda para designar las enseñanzas necesarias para la formación técnica y profesional de los profesores. La Didáctica como área de conocimiento científico sería "el campo de investigación llevado a cabo sobre la enseñanza en el cuadro de disciplinas científicas clásicas", como son: la psicología, la semiótica, sociología, lingüística, epistemología, lógica, neurofisiología, pedagogía, pediatría, psicoanálisis, etc. En este caso, la

naturaleza del conocimiento didáctico sería el de una tecnología fundada en otras ciencias.

La concepción autónoma tiende a integrar todos los sentidos precedentes y a asignarles un lugar en relación a una teoría unificadora del hecho didáctico, cuya fundamentación y métodos serían específicos, pretendiendo una justificación endógena. Dicha concepción pudiera ser el comienzo de una respuesta a la necesidad señalada por Steiner "de una base teórica que nos permita una mejor comprensión e identifique las diversas posiciones, aspectos e intenciones que subrayan las diferentes definiciones de Educación Matemática en uso, para analizar las relaciones entre estas posiciones y conjuntarlas en una comprensión dialéctica del campo total". Steiner (1985, p. 11).

En la escuela francesa de Didáctica se observa una aspiración de construir un área de estudio científico propio que no esté encorsetado y dependiente del desarrollo de otros campos científicos, no siempre consistentes. Contrasta este objetivo con la postura de Steiner quien no es partidario de insistir en la búsqueda de teorías internas ya que ve en ellas un peligro de restricciones inadecuadas. La naturaleza del tema y sus problemas reclama una aproximación interdisciplinar y considera erróneo no hacer un uso significativo del conocimiento que otras disciplinas ya han producido sobre aspectos específicos de aquellos problemas.

En el trabajo ya citado, Steiner afirma que la Educación Matemática debe tender hacia lo que Piaget llama transdisciplinariedad, que cubriría no solo las interacciones o reciprocidades entre proyectos de investigación especializados, sino que situaría estas relaciones dentro de un sistema total sin límites fijos entre disciplinas.

Lesh y Sriramn (2010, p. 124) reflexionan también sobre la naturaleza del campo de investigación de la educación matemática. ¿Deberían los educadores matemáticos pensar sobre sí mismos como siendo psicólogos educativos aplicados, psicólogos cognitivos aplicados, o científicos sociales aplicados? ¿Se deberían considerar como los científicos en el campo de la física, o de otras ciencias puras? ¿O más bien se deberían considerar como ingenieros u otros científicos orientados al diseño, cuya investigación se apoya sobre múltiples perspectivas prácticas y disciplinares – y cuyo trabajo está guiado por la necesidad de resolver problemas reales como también por la necesidad de elaborar teorías relevantes? La posición defendida por estos autores es considerar la educación matemática en este último sentido, o sea, como una ciencia orientada al diseño de procesos y recursos para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Del análisis realizado de las características de la didáctica de la matemática nos lleva a pensar que se trata de una disciplina tecno científica. Se entiende por Tecno ciencia, —Un sistema de acciones regladas, informacionales y vinculadas con la ciencia, la ingeniería, la política, la empresa, los ejércitos, etc. Dichas acciones son llevadas a cabo por agentes con ayuda de instrumentos y están intencionalmente orientados a la transformación de otros sistemas con el fin de conseguir resultados valiosos evitando consecuencias y riesgos desfavorables. Echeverría (2003).

2.1.7. Recursos didácticos

Moreno (2004, pp. 2-3) afirma que la mayoría de autores no terminan de ponerse de acuerdo sobre el significado de los términos recursos y medios didácticos. Así en muchos casos se emplean como sinónimos o se hacen

pequeñas convenciones por el uso más o menos de moda y al término en cuestión se le añade algún adjetivo, medios audiovisuales, medios informáticos; o un grupo de palabras, medios de comunicación social; en tanto que material o materiales, didácticos o curriculares, queda relegado al empleo de otros medios.

Quizá el término que encontramos más veces definido sea el de materiales; así, por ejemplo, Zabala (1990) define los materiales didácticos como: Instrumentos y medios que proveen al educador de pautas y criterios para la toma de decisiones, tanto en la planificación como en la intervención directa en el proceso de enseñanza.

A. San Martín (1991) en su definición apela tanto a aspectos de contenido como a los propios medios como objeto y la capacidad de éstos para reconstruir el conocimiento, y entiende por materiales aquellos artefactos que, en unos casos utilizando las diferentes formas de representación simbólica y en otros como referentes directos (objeto), incorporados en estrategias de enseñanza, coadyuvan a la reconstrucción del conocimiento aportando significaciones parciales de los conceptos curriculares.

En cuanto al concepto de recurso, en general se ha entendido éste como el uso de todo tipo de materiales didácticos.

Una definición clásica la encontramos en Mattos (1963) para el que recursos didácticos son: los medios materiales de que se dispone para conducir el aprendizaje de los estudiantes.

Entendemos, no obstante, que sí hay diferencia en los términos. Así el término recurso es más amplio y englobaría a los otros. Desde una perspectiva didáctica podríamos decir que recurso es una forma de actuar, o más bien la

capacidad de decidir sobre el tipo de estrategias que se van a utilizar en los procesos de enseñanza; es, por tanto, una característica inherente a la capacidad de acción de las personas.

Los medios didácticos podríamos definirlos como el instrumento del que nos servimos para la construcción del conocimiento; y, finalmente, los materiales didácticos serían los productos diseñados para ayudar en los procesos de aprendizaje.

Amat, O. (1998, pp. 110 - 124) sostiene que los medios didácticos son indispensables para poder desarrollar la metodología seleccionada. En los últimos años ha aparecido una explosión de medios didácticos cada vez más sofisticados para llevar a cabo las acciones de formación.

Los medios son muy variados. Cada uno tiene sus ventajas y limitaciones. No hay ninguno que sea el mejor, que abarque todas las ventajas y tampoco hay ninguno que pueda cumplir todas las funciones o satisfacer las necesidades de todos los profesores o estudiantes. La eficacia de los medios depende de factores subjetivos y objetivos. Los factores subjetivos dependen de si la selección y aplicación del profesor es apropiada. Los factores objetivos dependen de si el ambiente didáctico es agradable. Cada medio tiene cierta eficacia. Para conseguir el objetivo del aprendizaje, se pueden elegir varios medios.

Seguidamente se analizaran desde los más clásicos, como la pizarra, hasta los más modernos como los ordenadores:

Pizarra: es el medio tradicional por excelencia. Sus principales ventajas son que su nivel tecnológico es reducido y, por tanto, es difícil que se estropee y, en cambio, es de fácil utilización. Es un medio barato, suele ser grande por lo

que puede permitir la visualización de una gran cantidad de datos. Es importante mencionar que hoy en día ya se cuenta con pizarras digitales, sin embargo, su elevado costo hace que no son de fácil acceso.

Computadora: proporciona una interacción a través del teclado y la pantalla. Se lo puede utilizar en la enseñanza a distancia así como en la presencial, como un complemento a otros medios pedagógicos. Actualmente es indispensable su utilización en la mayor parte de los programas de formación.

Lewis y Paine (1986, p. 115) consideran que "lo más importante al elegir los medios es evaluar si se puede conseguir el objetivo de la enseñanza". Según los distintos objetivos, se utiliza diferentes medios. Por ejemplo, para aumentar la capacidad auditiva se necesitan medios tales como las cintas y la radio. Para presentar la geografía de América Latina sólo hace falta un mapa en un pequeño grupo, sin embargo, se puede enseñar en transparencias o diapositivas, utilizando audio de fondo.

Cada medio tiene su función didáctica, pero si se utilizan medios inadecuados o se aplican mal a los contenidos, no sólo no ayuda nada en la enseñanza sino que también contradice su propia utilidad (Perry y Rumble, 1987, p. 8). Lewis y Paine (1986) indican también que no ha de pensarse que el efecto de los medios de alta tecnología es mejor que los de la baja tecnología. Además, sugieren usar los medios más sencillos y más fáciles de manejar cuando sea posible.

2.1.8. GeoGebra

En el año 2002 salió la primera versión del programa GeoGebra, su creador y actual director del equipo es Markus Hohenwarter quien trabaja en la Universidad Linz Johannes Kepler en Austria. Actualmente en el proyecto trabajan ocho personas de diversos países del mundo: Inglaterra, Hungría, Francia, Luxemburgo, Estados Unidos y Alemania. Además del apoyo que reciben de algunas personas de la comunidad, traductores, instituciones y proyectos asociados.

Tal como su nombre lo dice, GeoGebra es un programa que mezcla la geometría con el álgebra. En este sentido, para la parte geométrica se puede ubicar dentro de los programas dinámicos de geometría los cuales, en general, permiten realizar construcciones geométricas, con la ventaja de poder mover los puntos de la construcción y observar sus invariantes y características. Sin embargo, GeoGebra presenta características adicionales que los programas dinámicos de geometría por lo general no poseen y que lo hace especial, conforme se realizan las construcciones geométricas en una ventana se van mostrando las expresiones algebraicas que representan a las líneas, los segmentos, círculos y puntos de la construcción; también permite trabajar con las funciones al poderlas graficar y manipular de una manera sencilla.

GeoGebra también puede calcular la derivada de las funciones, posee su propia hoja de cálculo y además ya tiene implementadas muchas funciones de manera interna lo que ahorra mucho trabajo (por ejemplo, la aproximación del área bajo la curva utilizando rectángulos).

Además de todas las bondades ya planteadas de este programa se puede agregar una de suma importancia, GeoGebra es un programa gratuito y se puede distribuir mientras no sea para uso comercial. Es decir, este programa se puede llevar a cualquier colegio sin problema de licencias, también se le puede dar a todos los estudiantes para que lo utilicen en sus casas, esto es una gran ventaja para que los estudiantes puedan estudiar por su cuenta o profundizar lo que se ha visto en clase.

La zona de trabajo es donde se realizan las construcciones geométricas, es en donde se ponen los puntos, se hacen las rectas, segmentos, rayos, círculos, etc.

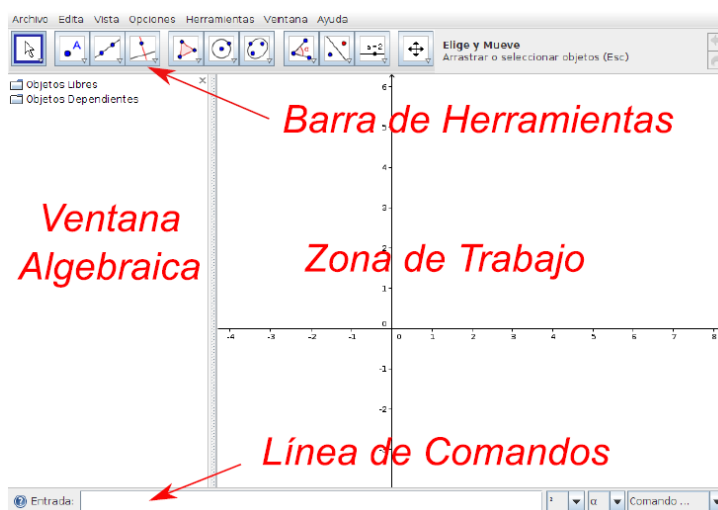


Figura 2. Pantalla principal del GeoGebra
Fuente: Propia

Cada vez que se hace una de estas construcciones se agrega un elemento nuevo a la ventana algebraica de una expresión que representa al objeto realizado (ver figura 2).

La línea de comandos es importante ya que todo lo que se puede realizar con el ratón en GeoGebra también se puede llevar a cabo escribiendo cada paso allí. Borbón, A. (2010, pp. 1 - 2).

2.1.9. Matemática

La perspectiva histórica muestra claramente que la matemática es un conjunto de conocimientos en evolución continua y que en dicha evolución desempeña a menudo un papel de primer orden la necesidad de resolver determinados problemas prácticos (o internos a las propias matemáticas) y su interrelación con otros conocimientos.

La matemática constituye el armazón sobre el que se construyen los modelos científicos, toman parte en el proceso de modelización de la realidad, y en muchas ocasiones han servido como medio de validación de estos modelos. Por ejemplo, han sido cálculos matemáticos los que permitieron, mucho antes de que pudiesen ser observados, el descubrimiento de la existencia de los últimos planetas de nuestro sistema solar.

Sin embargo, la evolución de la matemática no sólo se ha producido por acumulación de conocimientos o de campos de aplicación. Los propios conceptos matemáticos han ido modificando su significado con el transcurso del tiempo, ampliándolo, precisándolo o revisándolo, adquiriendo relevancia o, por el contrario, siendo relegados a segundo plano.

El cálculo de probabilidades se ha transformado notablemente, una vez que se incorporaron conceptos de la teoría de conjuntos en la axiomática propuesta por Kolmogorov. Este nuevo enfoque permitió aplicar el análisis matemático a la probabilidad, con el consiguiente avance de la teoría y sus aplicaciones en el último siglo.

El cálculo manual de logaritmos y funciones circulares (senos, cosenos, etc.) fue objeto de enseñanza durante muchos años y los escolares dedicaron muchas horas al aprendizaje de algoritmos relacionados con su uso. Hoy las calculadoras y ordenadores producen directamente los valores de estas funciones y el cálculo manual ha desaparecido. El mismo proceso parece seguir actualmente el cálculo de raíces cuadradas.

Las aplicaciones matemáticas tienen una fuerte presencia en nuestro entorno. Si queremos que el educando valore su papel, es importante que los ejemplos y situaciones que mostramos en la clase hagan ver, de la forma más completa posible, el amplio campo de fenómenos que las matemáticas permiten organizar.

2.1.9.1. Razonamiento matemático

El proceso histórico de construcción de la matemática nos muestra la importancia del razonamiento empírico-inductivo que, en muchos casos, desempeña un papel mucho más activo en la elaboración de nuevos conceptos que el razonamiento deductivo.

Esta afirmación describe también la forma en que trabajan los matemáticos, quienes no formulan un teorema “a la primera”. Los tanteos previos, los ejemplos y contraejemplos, la solución de un caso particular, la posibilidad de modificar las condiciones iniciales y ver qué sucede, etc., son las auténticas pistas para elaborar proposiciones y teorías. Esta fase intuitiva es la que convence íntimamente al matemático de que el proceso de construcción del conocimiento va por buen camino. La deducción formal suele aparecer casi siempre en una fase posterior.

Esta constatación se opone frontalmente a la tendencia, fácilmente observable en algunas propuestas curriculares, a relegar los procedimientos intuitivos a un segundo plano, tendencia que priva a los estudiantes del más poderoso instrumento de exploración y construcción del conocimiento matemático.

Desde una perspectiva pedagógica -y también epistemológica-, es importante diferenciar el proceso de construcción del conocimiento matemático de las características de dicho conocimiento en un estado avanzado de elaboración. La formalización, precisión y ausencia de ambigüedad del conocimiento matemático debe ser la fase final de un largo proceso de aproximación a la realidad, de construcción de instrumentos intelectuales eficaces para conocerla, analizarla y transformarla.

Ciertamente, como ciencia constituida, la matemática se caracteriza por su precisión, por su carácter formal y abstracto, por su naturaleza deductiva y por su organización a menudo axiomática. Sin embargo, tanto en la génesis histórica como en su apropiación individual por los educandos, la construcción del conocimiento matemático es inseparable de la actividad concreta sobre los objetos, de la intuición y de las aproximaciones inductivas activadas por la realización de tareas y la resolución de problemas particulares. La experiencia y comprensión de las nociones, propiedades y relaciones matemáticas a partir de la actividad real es, al mismo tiempo, un paso previo a la formalización y una condición necesaria para interpretar y utilizar correctamente todas las posibilidades que encierra dicha formalización.

2.1.9.2. Lenguaje y comunicación

La matemática, como el resto de las disciplinas científicas, aglutina un conjunto de conocimientos con unas características propias y una determinada estructura y organización internas. Lo que confiere un carácter distintivo al conocimiento matemático es su enorme poder como instrumento de comunicación, conciso y sin ambigüedades. Gracias a la amplia utilización de diferentes sistemas de notación simbólica (números, letras, tablas, gráficos, etc.), las matemáticas son útiles para representar de forma precisa informaciones de naturaleza muy diversa, poniendo de relieve algunos aspectos y relaciones no directamente observables y permitiendo anticipar y predecir hechos situaciones o resultados que todavía no se han producido.

Sería sin embargo erróneo, o al menos superficial, suponer que esta capacidad del conocimiento matemático para representar, explicar y predecir hechos, situaciones y resultados es simplemente una consecuencia de la utilización de notaciones simbólicas precisas e inequívocas en cuanto a las informaciones que permiten representar. En realidad, si las notaciones simbólicas pueden llegar a desempeñar efectivamente estos papeles es debido a la propia naturaleza del conocimiento matemático que está en su base y al que sirven de soporte.

2.1.9.3. Estructura interna

La insistencia sobre la actividad constructiva no supone en ningún caso ignorar que, como cualquier otra disciplina científica, las matemáticas tienen una estructura interna que relaciona y organiza sus diferentes partes. Más aún, en el caso de las matemáticas esta estructura es especialmente rica y significativa.

Hay una componente vertical en esta estructura, la que fundamenta unos conceptos en otros, que impone una determinada secuencia temporal en el aprendizaje y que obliga, en ocasiones, a trabajar algunos aspectos con la única finalidad de poder integrar otros que son los que se consideran verdaderamente importantes desde un punto de vista educativo. Sin embargo, interesa destacar una vez más que casi nunca existe un camino único, ni tan siquiera uno claramente mejor, y si lo hay tiene una fundamentación más de tipo pedagógico que epistemológico. Por el contrario, determinadas concepciones sobre la estructura interna de las matemáticas pueden llegar incluso a ser funestas para el aprendizaje de las mismas, como ha puesto claramente de relieve el intento de fundamentar toda la matemática escolar en la teoría de conjuntos.

2.1.9.4. Naturaleza racional

El conocimiento lógico-matemático hunde sus raíces en la capacidad del ser humano para establecer relaciones entre los objetos o situaciones a partir de la actividad que ejerce sobre los mismos y, muy especialmente, en su capacidad para abstraer y tomar en consideración dichas relaciones en detrimento de otras igualmente presentes.

El conocimiento matemático implica la construcción de relaciones elaboradas a partir de la actividad sobre los objetos. La matemática es pues más constructiva que deductiva, desde la perspectiva de su elaboración y adquisición. Si desligamos el conocimiento matemático de la actividad constructiva que está en su origen, corremos el peligro de caer en puro formalismo. Perderemos toda su potencialidad como instrumento de representación, explicación y predicción.

Otra implicación curricular de la naturaleza relacional de las matemáticas es la existencia de estrategias o procedimientos generales que pueden utilizarse en campos distintos y con propósitos diferentes. Por ejemplo, Numerar, contar, ordenar, clasificar, simbolizar, inferir, etc. son herramientas igualmente útiles en geometría y en estadística.

Para que los estudiantes puedan percibir esta similitud de estrategias y procedimientos y su utilidad desde ópticas distintas, es necesario dedicarles una atención especial seleccionando cuidadosamente los contenidos de la enseñanza.

2.1.9.5. Exactitud y aproximación

Una característica adicional de las matemáticas, que ha ido haciéndose cada vez más patente a lo largo de su desarrollo histórico, es la dualidad desde la que permite contemplar la realidad. Por un lado la matemática es una “ciencia exacta”, los resultados de una operación, una transformación son unívocos. Por otro, al comparar la modelización matemática de un cierto hecho de la realidad, siempre es aproximada, porque el modelo nunca es exacto a la realidad. Si bien algunos aspectos de esta dualidad aparecen ya en las primeras experiencias matemáticas de los estudiantes, otros lo hacen más tarde.

2.1.10. Geometría Analítica

Moreno, J. L. (2003, p. 26, 46) plantea que la geometría nos permite ir descubriendo los conceptos más importantes de la aritmética y el álgebra, como una consecuencia lógica y natural de la búsqueda de un conocimiento más profundo de nuestra realidad, es decir, nos va haciendo ascender en la espiral del

conocimiento. Por otro lado nos permite dibujar y construir mentalmente algunas representaciones gráficas de la aritmética y el álgebra.

La geometría analítica utiliza un sistema de referencia, en este caso el plano y el espacio coordenado, para representar gráficamente toda clase de funciones e igualdades matemáticas.

Las letras no solo pueden representar cualquier número, sino que también son la representación matemática de curvas y superficies.

Requiere una mayor capacidad de abstracción lograr entender utilizando la imaginación, que una combinación de letras representa algo más que una simple igualdad algebraica.

La geometría analítica permite ir de una realidad matemática abstracta a una realidad grafica, la que a su vez representa una realidad física tangible o intangible.

2.2. Marco legal

La ley 070 de educación “Avelino Siñani – Elizardo Pérez” da respaldo legal a la presente investigación, en tres de sus artículos que se mencionan a continuación:

Artículo 3, punto 10: Es científica, técnica, tecnológica y artística, desarrollando los conocimientos y saberes desde la cosmovisión de las culturas indígena originaria campesinas, comunidades interculturales y afro bolivianas, en complementariedad con los saberes y conocimientos universales, para contribuir al desarrollo integral de la sociedad.

Artículo 4, punto 11: Impulsar la investigación científica y tecnológica asociada a la innovación y producción de conocimientos, como rector de lucha contra la pobreza, exclusión social y degradación del medio ambiente.

Artículo 5, punto 2: Desarrollar una formación científica, técnica, tecnológica y productiva, a partir de saberes y conocimientos propios, fomentando la investigación vinculada a la cosmovisión y cultura de los pueblos, en complementariedad con los avances de la ciencia y la tecnología universal en todo el Sistema Educativo Plurinacional.

De acuerdo a la ley 070, el uso de las nuevas tecnologías de la información y comunicación se incorpora en el currículo de Matemática por su carácter interactivo. Es una necesidad de docentes, estudiantes y la comunidad vivan la cultura informática, desde las políticas educativas de Estado y gobierno, porque contribuye al desarrollo del pensamiento lógico concreto, abstracto y crítico.

En el marco del nuevo Modelo Educativo, el docente se realiza como líder transformador, pues comparte la construcción de saberes y conocimientos con las/os estudiantes en el proceso educativo; partiendo de la realidad de nuestras culturas y de la diversidad, los estudiantes, docentes y comunidad dialogan, reflexionan en un ambiente comunitario.

La organización curricular del nivel secundario, tomando en cuenta los últimos cuatro cursos del bachillerato, resalta cuatro áreas de conocimiento dentro de la matemática:

- Tercero de secundaria: Álgebra.
- Cuarto de secundaria: Trigonometría
- Quinto de secundaria: Geometría analítica

➤ Sexto de secundaria: Cálculo I

El diseño curricular correspondiente al quinto grado y al tema de investigación, se muestra en el anexo 1.

2.3. Marco contextual

En este punto se explica la historia de la unidad educativa San Ignacio, así como el contexto educativo en el que se desarrolla la investigación.

2.3.1. Reseña histórica

Cuando se produce la segunda llegada de los jesuitas a Bolivia, el Obispo Calixto Clavijo, dona las instalaciones para el colegio, ubicado entre las calles Indaburo y Genaro Sanjinez, inmueble en el que vivió el Mariscal Andrés de Santa Cruz, donde empezó a funcionar el primer colegio de jesuitas en Bolivia, con el nombre de “San Calixto”, en honor al obispo, en el año 1882.

Entre los años 1948-1949, el alumnado, incentivado por la comunidad, y por el éxito de la labor jesuítica en “San Calixto”, adquirió un terreno ubicado en la zona de Següencoma, para lo que cada estudiante aportó con la suma de “Un Boliviano”, con la intención de expandir la comunidad, en bien de la educación en Bolivia.

Este esfuerzo, se materializó en 1961, y en 1963, empieza a funcionar el colegio, bajo el nombre de “San Calixto de Següencoma”, dirigido por los sacerdotes Palau y Berth, únicamente en el ciclo de primaria.

En el año 1963, llega el Padre Eugenio Domínguez, como director del colegio, y el Padre Camilo Cabanach, como Director Espiritual, cuando empezaron a formar comunidad e independizarse de “San Calixto” de la ciudad.

En 1969, egresa la primera promoción de “San Calixto Següencoma”.

En 1970, llega desde Pura Pura, el Padre Antonio Villalba, con el colegio “Loyola” y empieza a funcionar en Següencoma en el turno vespertino.

Con la intención de independizar la administración del establecimiento, se crea la Comunidad Educativa Següencoma Limitada (CESEL), en 1978, administrada por padres de familia y profesionales independientes. Conjuntamente, nace el Consejo Estudiantil, a cargo de los estudiantes de intermedio y medio, con la idea de dar participación al alumnado en las actividades del consejo de administración.

En 1980 se instaura la enseñanza co-educativa mixta, ingresando niñas al primer curso del ciclo básico.

En el año de 1981, los colegios “San Calixto de Següencoma” y “Loyola”, se fusionan en un solo servicio llamado “San Ignacio”, funcionando tanto en la mañana como en la tarde.

Desde ese año, se empezó a inculcar la idea de integración entre los estudiantes de ambos turnos, la cual fue promovida por los profesores, para luego ser un anhelo propio de los estudiantes, lo cual se demostró desde 1981, cuando egresa la promoción “San Ignacio 81”.

En 1985, el P. Domínguez, director del colegio, es destinado por la Compañía de Jesús, a realizar una labor pastoral en la ciudad de Santa Cruz,

asumiendo la dirección del colegio el P. Antonio Villalba, y el Padre Arturo Vallejo queda a cargo de la dirección de estudios.

En ese mismo año, llega a San Ignacio, el Padre Antonio Jaureguizar, quien junto a los Padres Mateo Garau y Camilo Cabanach, dirigen la guía espiritual del alumnado.

Como culminación de la formación recibida en “San Ignacio”, todas las promociones próximas a egresar, realizan viajes de “Trabajo Social”, con el propósito de madurar la conciencia de servicio al país, mediante la cooperación prestada para el progreso de Bolivia.

En año 2002 concluyó el convenio con la Cooperativa Educativa Següencoma Ltda. CESEL, y desde 2003, la Compañía de Jesús en Bolivia asuma toda la responsabilidad del Colegio "San Ignacio" tanto en lo académico como en lo económico financiero. Para tal efecto, el Padre Provincial; Ramón Alaix S.J. conforma el Directorio de la siguiente manera: P. Ramón Alaix Busquetes, S.I. como Presidente, P. Antonio Villalba Mulla, S.I. como Director General, P. Francisco Flores S.I. como Tesorero, P. Carlos Arce como Secretario y el Lic. Freddy Montes de Oca como Administrador General.

Simultáneamente, con el propósito de homogenizar los procesos pedagógicos y la gestión administrativa y financiera de los colegios bajo tuición de la Compañía de Jesús, en diciembre de 2002 se constituyó la Fundación Educativa Padre Pedro Arrupe (FEPPA) a la cual se adscribe como primera obra el Colegio "San Ignacio", siguiente el Colegio "San Calixto" y "Sagrados Corazón" de la capital de la República (Sucre - Bolivia).

2.3.2. Contexto educativo

El nivel secundario consolida los aprendizajes logrados en el nivel primario profundizando el desarrollo de capacidades por medio de contenidos culturales, sociales, éticos, religiosos, políticos, ecológicos referidos al conocimiento elaborado; deben primar los aprendizajes de principios, leyes, teorías, y conceptos de las ciencias que posibiliten el manejo de las relaciones con creatividad y precisión científica, promoviendo el espíritu crítico y autónomo.

Esta etapa prevé acciones para integrar a los estudiantes como miembros activos e identificados con el país, se los enfrenta a situaciones problemáticas de diversa índole que se constituyen en desafíos a su aprendizaje, a su capacidad de reflexión, haciendo uso de sus propias estrategias para comprender los problemas, así como para buscar alternativas de solución, realizando trabajos en equipos, recurriendo a la investigación, al debate, al análisis de la realidad, etc.

Según la Organización Mundial para la Salud (OMS) “la adolescencia es la etapa que transcurre entre los 10 y 19 años, considerándose dos fases, la adolescencia temprana de 10 a 14 años y la tardía de 15 a 19 años”.

De acuerdo con Piaget, los adolescentes entran al nivel más alto de desarrollo cognitivo, las operaciones formales, cuando desarrollan la capacidad para el pensamiento abstracto. Este desarrollo les da una nueva y flexible forma de manipular la información. Pueden usar símbolos para símbolos (por ejemplo, hacer que una X represente un número desconocido) y por ende pueden aprender álgebra y cálculo. Papalia (2004, p. 444)

Los estudiantes culminan su vida escolar; apropiándose con mayor profundidad de los contenidos de las ciencias y la técnica. Son más comunes y perfeccionistas en la comprensión de los contenidos de las áreas, logran competencias en el conocimiento práctico y la tecnología de las diferentes áreas de aprendizaje cuya aplicación contribuye a resolver situaciones de la vida personal y social.

Esta es una etapa en la cual los estudiantes son conscientes de sus propias disposiciones, habilidades y expectativas para optar con responsabilidad y compromiso su formación en las alternativas que se presenten en su vida profesional u ocupacional, utilizan las herramientas del conocimiento para desempeñarse eficientemente dentro de la sociedad. FORPI (1999, p. 76).

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

En este capítulo se fundamenta el tipo de investigación, así como el método, las técnicas y los instrumentos empleados. Se plantea la hipótesis de investigación. También se define las variables: dependiente e independiente sobre las que se realiza la operacionalización de las mismas. Finalmente se plantea el procedimiento investigativo.

3.1. Tipo de investigación

El tipo de investigación adoptado es cuantitativo – analítico, de tipo experimental: corte cuasi experimental y transversal.

Este tipo de investigación según Filstead “pretende transmitir la información que obtiene a través de un sistema de anotaciones escritas. Los investigadores tienden a traducir en números sus observaciones. Se asignan valores numéricos a las observaciones, contando y midiendo”, se apoya en la figura realista, defensora de que el mundo se puede captar tal como es. Mantiene la idea de que el conocimiento de la realidad sólo es posible a través del método científico. Predominando el método deductivo y las técnicas cuantitativas. La indagación del docente investigador, se produce formulando hipótesis, a partir de la teoría, cuyo valor se contrasta al comparar las consecuencias deductivas con los resultados de las observaciones y de la experimentación controlada. Se buscan relaciones entre variables, relaciones causales, que permitan predecir resultados manipulando las variables explicativas. Cook (2005, p.64)

La investigación experimental se ha ideado con el propósito de determinar, con la mayor confiabilidad posible, relaciones de causa-efecto, para lo cual uno o más grupos, llamados experimentales, se exponen a los estímulos experimentales y los comportamientos resultantes se comparan con los comportamientos de ese u otros grupos, llamados de control, que no reciben el tratamiento o estímulo experimental.

Requiere de una manipulación rigurosa de las variables o factores experimentales, y del control directo o por procedimientos estadísticos al azar, de otros factores que pueden afectar el experimento. Estos procedimientos al azar incluyen la selección de los sujetos, la asignación al azar de los sujetos a los grupos experimental y de control y la asignación al azar del tratamiento experimental a uno de los grupos.

Emplea un grupo de control para comparar los resultados obtenidos en el grupo experimental, teniendo en cuenta que, para los fines del experimento, ambos grupos deben ser iguales, excepto en que uno recibe tratamiento (el factor causal) y el otro no.

La investigación experimental es el procedimiento más indicado para investigar relaciones de causa – efecto, pero a la vez tiene la desventaja de ser artificial y restrictivo, viéndose limitada su aplicación a los seres humanos, bien sea porque estos actúan de manera diferente bajo condiciones de observación controlada o simplemente por razones éticas. Tamayo (1999, pp. 45, 46)

Los diseños cuasi experimentales también manipulan deliberadamente la variable independiente para observar su efecto y relación con la variable dependiente, sólo que difieren de los experimentos “puros” en el grado de

seguridad o confiabilidad que pueda tenerse sobre la equivalencia inicial de los grupos.

En los diseños cuasi experimentales los sujetos no se asignan al azar a los grupos ni se emparejan, sino que dichos grupos ya están formados antes del experimento: son grupos intactos. Hernández (2006, p. 203).

Un estudio se considera transversal cuando se mide una sola vez la o las variables; se miden características de uno o más grupos de unidades en un momento dado, sin pretender evaluar la evolución de esas unidades. Méndez (1988, p. 12)

3.2. Métodos de investigación

El método científico, en su secuencia final, plantea la necesidad de someter a prueba las hipótesis. Esta tarea es la que hace distinto al conocimiento científico de los otros tipos de conocimientos. Someter a prueba las hipótesis consiste en recolectar datos de la realidad para disponer de evidencia empírica que confirme o contradiga la hipótesis planteada.

Para someter a prueba o contrastar una hipótesis es necesario, además de formular la hipótesis alterna, elaborar una hipótesis nula, que viene a ser la negación de la alterna. Es preciso realizar este artificio debido a que es la única manera posible de probar una hipótesis. Esto se debe a que, teóricamente, las hipótesis siempre plantean diferencias, incrementos, efectos, consecuencias, etc., que producirían las variables independientes en las dependientes, y bien se sabe que tales diferencias o incrementos pueden presentarse en diferentes formas, en distintas manifestaciones o en diferentes cantidades.

Las hipótesis alternas plantean infinitas maneras de establecer relaciones entre las variables. Por el contrario, las hipótesis nulas, al negar lo planteado en las hipótesis alternas, sostienen que las variables independientes no influyen o no producen ningún efecto en las variables dependientes. Las hipótesis nulas niegan los efectos, niegan las diferencias, niegan los incrementos y tratan de establecer igualdades o semejanzas. En las hipótesis nulas la posibilidad de que una variable no produzca efectos en otra, es una y sólo una, por lo que es más fácil adoptar decisiones con respecto a una hipótesis nula, la que niega los efectos, la que constituye una sola posibilidad, que adoptar decisiones acerca de las diferencias que plantea la hipótesis alterna, que suponen infinitas posibilidades de influencia o incremento. Mejía (2005, p.139)

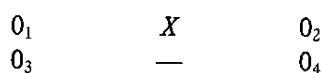
3.3. Sujetos vinculados a la investigación

Estudiantes de quinto de secundaria del colegio San Ignacio. La muestra es no probabilística. Se trabajara con un grupo experimental y un grupo control.

3.4. Técnicas e instrumentos de la investigación

Se incorpora la administración de pre pruebas a los grupos que componen el experimento. A éstos se les aplica simultáneamente la pre prueba; un grupo recibe el tratamiento experimental y el otro no (es el grupo de control); por último, se les administra, también simultáneamente, una post prueba. Hernández (2006, p. 193).

El diseño se diagrama como sigue:



Donde:

O1 y O2 = Evaluación en Pre y Post Test de la variable dependiente del grupo al que se aplica la variable independiente. Grupo experimental.

X = El periodo de intervención con la variable independiente.

O3 y O4 = Evaluación en Pre y Post Test de la variable dependiente del grupo al que no se aplica la variable independiente. Grupo control.

Lo que se espera con este diseño, es que al inicio del experimento, ambos grupos partan en igualdad de condiciones (O1 y O3 sean iguales). Al finalizar el mismo, existirá una variación de la variable dependiente atribuible a la variable independiente, en tanto ambos grupos estén sometidos a similares condiciones de aprendizaje con la única modificación de la variable independiente en el grupo experimental (O2 y O4 sean diferentes).

La prueba de pre y post test, mostrada en anexo 2, fue diseñada para medir el nivel de aprendizaje que los estudiantes de quinto de secundaria de la Unidad Educativa San Ignacio tienen en conceptos fundamentales de geometría analítica. En base a las coordenadas de un triángulo, se plantearon 5 ítems para ser evaluados:

- Cálculo del perímetro del triángulo: la longitud del contorno de la figura geométrica.
- Cálculo de las pendientes de cada lado: grado de inclinación que tienen.

- Cálculo de los ángulos interiores del triángulo: abertura en grados sexagesimales que tienen los segmentos que conforman cada vértice de la figura.
- Cálculo de las coordenadas de los puntos medios de cada lado.
- Cálculo de las coordenadas del circuncentro: punto de intersección de las tres mediatrices (rectas perpendiculares a cada lado en su punto medio). Para esto, previamente se debe determinar previamente las ecuaciones de dos de las tres mediatrices y resolver el sistema conformado por las mismas.

El tiempo de duración especificado para resolver la prueba fue de 50 minutos. Se permitió revisar el cuaderno de apuntes y/o cualquier otro material bibliográfico. La forma de trabajo, individual. En la prueba también se instruyó verificar de forma gráfica los resultados obtenidos analíticamente.

A cada ítem se le asignó una ponderación de 2 puntos. De esta manera quedaron establecidos tres intervalos para medir el nivel de aprovechamiento: Alto (entre 7 y 10 puntos sobre 10), Medio (Entre 5 y 7 puntos sobre 10) y Bajo (Menos de 5 puntos sobre 10).

El proceso de validación del Pre Test, fue por *prueba piloto*. Se aplicó el primer diseño de la prueba a 42 estudiantes y esto nos permitió identificar:

- Si el enunciado es correcto y comprensible, y si las preguntas tienen la extensión adecuada.
- Si es correcta la categorización de las respuestas.
- Si existen resistencias psicológicas o rechazo hacia algunas preguntas.

- Si el ordenamiento interno es lógico; si la duración está dentro de lo aceptable por los encuestados.

3.5. Hipótesis

La aplicación del software GeoGebra como recurso didáctico, mejora el aprendizaje de los conceptos fundamentales de geometría analítica en estudiantes de quinto de secundaria.

3.5.1. Definición de variables

Una variable es una característica que cambia de forma relativa según los sujetos, puede ser medible u observable. La presente investigación toma en cuenta las variables independiente y dependiente, entendidas como un fenómeno que varía en el tiempo y espacio, susceptible a ser medido.

3.5.1.1. Variable independiente

La variable independiente es aquello que el investigador observa y manipula para descubrir alguna relación con la variable dependiente. Es la estrategia que uno utiliza para lograr cambios en los sujetos de investigación.

La presente investigación tienen como variable independiente a: uso del GeoGebra.

3.5.1.2. Variable dependiente

La variable dependiente toma en cuenta el efecto que se espera conseguir en los sujetos de investigación, aplicando la estrategia diseñada o elegida para el caso.

En este sentido, la mejora del aprendizaje de conceptos fundamentales de geometría analítica es la variable dependiente seleccionada.

3.5.2. Operacionalización de variables

Definición de variables	Definición conceptual	Definición Operacional			
		Dimensiones	Indicadores	Ítems	Instrumentos
(V.I) Uso del GeoGebra	Nivel de conocimiento y manejo del aplicativo.	Conocimientos previos.	<ul style="list-style-type: none"> Utiliza conocimientos de álgebra geometría y trigonometría como base, en el planteamiento y resolución de ejercicios. Utiliza conocimientos de las TIC para interactuar con el software educativo GeoGebra. Valora la importancia de haber estructurado y consolidado los conocimientos previos. 	Logrado. Por lograr. No logrado.	Recurso didáctico: GeoGebra
		Representación gráfica de elementos geométricos.	<ul style="list-style-type: none"> Interactúa y se familiariza con el software y sus funciones. Identifica y reconoce los comandos relacionados con geometría analítica. Utiliza las diferentes opciones que ofrece el software para representar gráficamente elementos geométricos. Valora la importancia de contar con un software de fácil manejo que permite realizar representaciones gráficas de forma fácil. 		
		Resolución de problemas y verificación de resultados.	<ul style="list-style-type: none"> Establece una secuencia de pasos lógicos para resolver el modelo planteado. Verifica los resultados obtenidos de forma gráfica y analítica. Valora la importancia de contar con un software que además de realizar la representación gráfica de elementos geométricos, permite verificar los resultados analíticos. 		

Tabla 2. Operacionalización de la variable independiente
Fuente: Propia

Definición de variables	Definición conceptual	Definición Operacional			
		Dimensiones	Indicadores	Ítems	Instrumentos
(V.D) Mejora del aprendizaje de conceptos fundamentales de geometría analítica	Nivel de aprovechamiento que pretende ser mejorado con la utilización de un recurso didáctico tecnológico.	Representación gráfica.	<ul style="list-style-type: none"> • Emplea un sistema de referencia, con escala y graduación pertinentes. • Identifica las características más importantes de los elementos geométricos. • Representa con exactitud y precisión elementos geométricos, sin necesidad de hacerlo empleando instrumentos tradicionales. 	Alto (entre 7 y 10 puntos sobre 10). Medio (Entre 5 y 7 puntos sobre 10). Bajo (Menos de 5 puntos sobre 10).	Evaluación.
		Resolución de ejercicios y problemas.	<ul style="list-style-type: none"> • Identifica las etapas de resolución de un ejercicio matemático. • Plantea un modelo matemático que permita encarar de la mejor forma el problema. • Resuelve el modelo planteado, interactuando con el recurso didáctico tecnológico propuesto. • Realiza cálculos precisos, sin necesidad de emplear calculadora. • Emplea menos tiempo en la resolución de un ejercicio. 		
		Consolidación de conocimientos algebraicos y geométricos.	<ul style="list-style-type: none"> • Muestra mayor predisposición hacia la materia y la temática planteada. • Asimila de mejor manera conceptos fundamentales de geometría analítica. 		

Tabla 3. Operacionalización de la variable dependiente
 Fuente: Propia

3.6. Procedimiento de la investigación

Es todo el proceso que se realizó en la aplicación de la investigación. En este apartado se habla de tres fases concretas: pre test, intervención y post test.

Cada una de las cuales está organizada en etapas de trabajo que se cumplieron de manera ordenada.

A continuación se explica cada una de éstas:

3.6.1. Fase 1: Pre test

Primera etapa: Selección de los sujetos de investigación. El 5° C de secundaria, conformado por 38 estudiantes, constituyó el grupo experimental; mientras que el 5° D de secundaria, conformado 36 estudiantes, el grupo control.

Segunda etapa: Diseño y validación del Pre Test por prueba piloto. Esta representa la mejor manera de determinar si la prueba mide lo tiene que medir. Como también recomiendan los expertos, se tomó en cuenta el 18% de la muestra para este cometido.

Tercera etapa: Aplicación del Pre Test. Una vez validada la prueba, se aplicó ésta a ambos grupos. Previamente se instruyó a los estudiantes para que tengan listo su material de apoyo: hojas de cuadernillo, lápiz, goma, máquina de calcular, estuche geométrico y compás.

A cada estudiante se le entregó una fotocopia de la evaluación en la que también se mencionaron aspectos importantes referidos a: tiempo de resolución, puntaje asignado a cada inciso y forma de trabajo.

Se indicó también que el resultado de la prueba permitiría elaborar un diagnóstico de las debilidades que se tiene en geometría analítica.

Revisada la prueba, se pidió que ambos grupos realicen la corrección de la misma, tomando en cuenta el tiempo que les demora resolver la totalidad de incisos planteados.

3.6.2. Fase 2: Intervención

Primera etapa: Capacitación a estudiantes en el aplicativo GeoGebra. Se realizó una clase expositiva, en la sala audiovisual, para el grupo experimental. En ésta se dio a conocer las bondades del software, así como las diferentes funciones que posee. Se explicó también, el procedimiento a seguir para representar gráficamente elementos geométricos fundamentales en el sistema de ejes coordenados del aplicativo: punto, segmento, recta, recta paralela, recta perpendicular, polígonos, ángulos, etc.

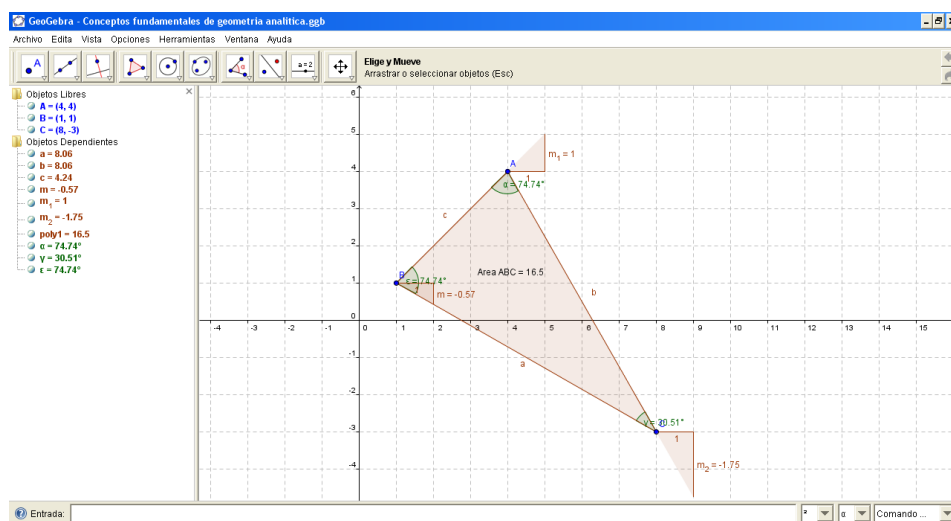


Figura 3. Ejercicio resuelto con el aplicativo GeoGebra.
Fuente: Propia

Segunda etapa: Resolución de ejercicios. A cada estudiante se le asigno una computadora del laboratorio y una guía de ejercicios propuestos. La interacción con el software, permite familiarizarse con el mismo, conocer detalladamente sus comandos, funciones, ejercitar su manejo y valorar la

importancia de contar con un recurso didáctico tecnológico accesible. Este hecho, motivó a investigar fuera del salón de clase.

3.6.3. Fase 3: Post Test

Primera etapa: Aplicación del Post Test. Se aplicó a ambos grupos la misma prueba diseñada para el Pre Test.

Al grupo control se instruyó con las mismas indicaciones que se dieron en la tercera etapa de la fase 1; mientras que al grupo experimental se lo evaluó en el laboratorio de computación, para que puedan utilizar el aplicativo GeoGebra como recurso didáctico para resolver el ejercicio. A ambos grupos se pidió tomen en cuenta nuevamente, el tiempo de resolución de la prueba.

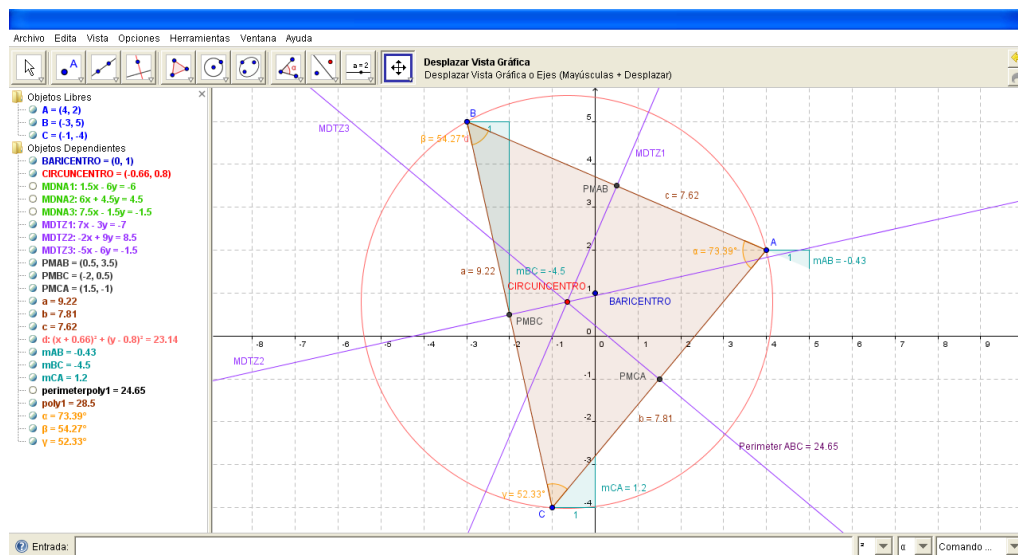


Figura 4. Post Test resuelto con el aplicativo GeoGebra.
Fuente: Propia

CAPÍTULO IV

RESULTADOS

En este capítulo se presentan los resultados del trabajo de investigación, mismos que están en función de los dos instrumentos aplicados: el Pre Test y el Post Test.

La descripción de resultados en principio se hace de forma general, tomando en cuenta el promedio de rendimiento del Pre Test y Post Test del grupo experimental y control. En función a éstos se realiza la prueba por hipótesis.

4.1. Presentación general

En general los resultados del Pre Test muestran que los grupos experimental y de control se encuentran en similares condiciones, aunque con diferencias mínimas de acuerdo a los indicadores.

Una vez aplicada la estrategia al grupo experimental, se observa que éstos incrementaron su rendimiento de forma considerable.

Aunque mínimamente, el grupo control también incrementó su rendimiento.

4.2. Prueba por hipótesis

Aplicaremos prueba por hipótesis usando intervalos de confianza al 95% de confiabilidad:

$$\bar{\mu}_1 - \bar{\mu}_2 \leq \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm t_{0.025} \cdot s_p \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

- Hipótesis nula (Ho): El nivel de aprovechamiento del grupo experimental, no mejora con la aplicación del recurso didáctico GeoGebra.

➤ $\bar{\mu}_1 - \bar{\mu}_2 = 0$

- Hipótesis alternativa (H1): El nivel de aprovechamiento del grupo experimental, mejora con la aplicación del recurso didáctico GeoGebra.

➤ $\bar{\mu}_1 - \bar{\mu}_2 \geq 0$

- Previamente, de acuerdo al nivel de aprovechamiento obtenido, calculamos el promedio:

Nivel Aprovechamiento			xi	f _i	xi*f _i	(xi-x) ²
Bajo	0	5	2.5	20	50	3.69
Medio	5	7	6	14	84	2.49
Alto	7	10	8.5	4	34	16.64
			Σ	38	168	22.82
			$\bar{x}_2 =$	4.42		

Tabla 4. Nivel de aprovechamiento obtenido en el pre test (Grupo experimental)
Fuente: Propia

Nivel Aprovechamiento			xi	fi	xi*fi	(xi-x)^2
Bajo	0	5	2.5	8	20	6.25
Medio	5	7	6	3	18	36.00
Alto	7	10	8.5	27	230	72.25
			Σ	38	267.5	114.50
			$\bar{x}_1 =$	7.04		

Tabla 5. Nivel de aprovechamiento obtenido en el post test (Grupo experimental)
Fuente: Propia

- Luego calculamos la varianza mancomunada:

$$s_p = \sqrt{\frac{\sum (x_{i1} - \bar{x}_1)^2 + \sum (x_{i2} - \bar{x}_2)^2}{n_1 + n_2 - 2}} \quad s_p = \sqrt{\frac{114.50 + 22.82}{38 + 38 - 2}} \quad s_p = 0.794$$

- Reemplazando valores:

$$\bar{\mu}_1 - \bar{\mu}_2 \leq (0.04 - 4.42) \pm 2.16 \cdot 0.794 \cdot \sqrt{\frac{1}{38} + \frac{1}{38}}$$

- Operando:

$$\bar{\mu}_1 - \bar{\mu}_2 \leq 2.618 \pm 0.393$$

- Finalmente:

$$2.225 \leq \bar{\mu}_1 - \bar{\mu}_2 \leq 3.012$$

Con 95% de certeza aceptamos la hipótesis alternativa, dado que la diferencia de medias es mayor a cero.

4.3. Pre Test: Grupo experimental

	a	b	c	d	e
SI	35	34	23	24	4
NO	3	4	15	14	34
	a	b	c	d	e
SI	0.92	0.89	0.61	0.63	0.11
NO	0.08	0.11	0.39	0.37	0.89

Tabla 6. Frecuencia absoluta y relativa, de resolución del pre test, por incisos (Grupo experimental)
Fuente: Propia

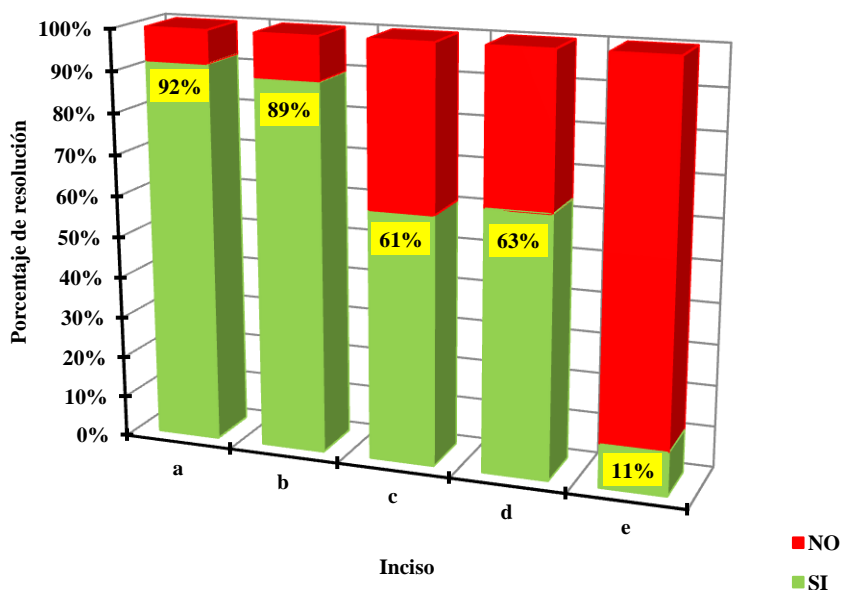


Figura 5. Porcentaje de resolución del pre test, por incisos. (Grupo experimental)
Fuente: Propia

La tabla 6 y el gráfico 5 muestran el porcentaje de estudiantes del grupo experimental que logró resolver los incisos planteados en la prueba. Como se puede apreciar, el 92% logró determinar el perímetro del triángulo (inciso “a”). El 89% determinó las pendientes de los lados (inciso “b”). El 61% calculó la medida de los ángulos interiores (inciso “c”). El 63% obtuvo las coordenadas de los puntos medios de cada lado (inciso “d”). Tan solo el 11% no tuvo

complicaciones para determinar las coordenadas del circuncentro (punto de intersección de las tres mediatrices) (inciso “e”).

Es importante aclarar que para resolver este ultimo inciso, se debe determinar previamente las ecuaciones de las mediatrices (rectas perpendiculares a cada lado del triángulo en su punto medio) y resolver el sistema de ecuaciones conformado por dos de éstas.

Estos resultados nos hacen ver que existen cierto tipo de limitaciones a nivel algebraico y geométrico que impiden resolver satisfactoriamente la prueba en su integridad: operaciones aritméticas y algebraicas, resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones, representación grafica de elementos geométricos, etc.

SI	18	0.47
NO	20	0.53

Tabla 7. Frecuencia absoluta y relativa de estudiantes que aprobaron el pre test (Grupo experimental)
Fuente: Propia

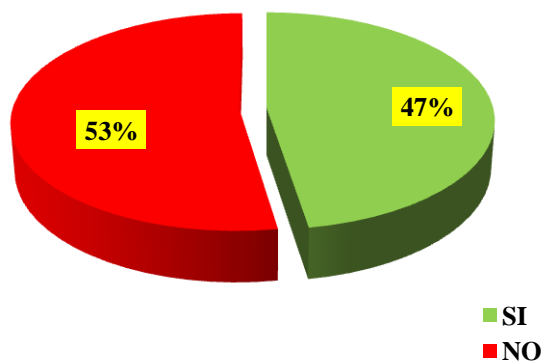


Figura 6. Porcentaje de estudiantes que aprobaron el pre test. (Grupo experimental)
Fuente: Propia

La tabla 7 muestra la cantidad de estudiantes del grupo experimental que aprobó el Pre Test. Dieciocho de treinta y ocho lograron este cometido. Estos resultados expresados en porcentaje se los visualiza en la figura 6. Solamente el 47% del curso obtuvo una nota de aprobación en la evaluación. Como ya se indico anteriormente, este resultado refleja en la mayoría de los casos la resolución de 3 o 4 incisos y no necesariamente la totalidad de la prueba.

4.4. Pre Test: Grupo control

	a	b	c	d	e
SI	35	35	25	14	0
NO	1	1	11	22	36
	a	b	c	d	e
SI	0.97	0.97	0.69	0.39	0.00
NO	0.03	0.03	0.31	0.61	1.00

Tabla 8. Frecuencia absoluta y relativa, de resolución del pre test, por incisos (Grupo control)
Fuente: Propia

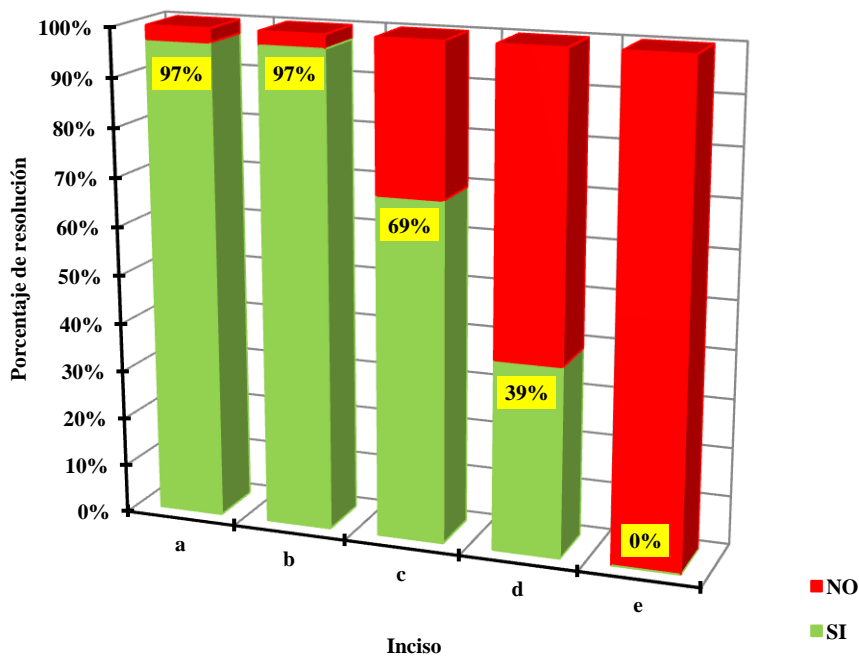


Figura 7. Porcentaje de resolución del pre test, por incisos. (Grupo control)
Fuente: Propia

La tabla 8 y figura 7 muestran el porcentaje de estudiantes del grupo control que logró resolver los incisos planteados en la prueba. Como se puede apreciar, el 97% logró determinar el perímetro del triángulo (inciso “a”). De igual manera el 97% determinó las pendientes de los lados (inciso “b”). El 69% calculó la medida de los ángulos interiores (inciso “c”). El 39% obtuvo las coordenadas de los puntos medios de cada lado (inciso “d”). Ningún estudiante logró determinar las coordenadas del circuncentro (inciso “e”).

Estos resultados nos hacen ver que existe el mismo tipo de limitaciones a nivel algebraico y geométrico que impiden resolver satisfactoriamente la prueba en su integridad.

A diferencia del grupo experimental los porcentajes obtenidos en los primeros incisos son mayores, sin embargo, en los restantes, se puede evidenciar una considerable variación. Llama la atención que el último inciso no haya sido resuelto por algún estudiante.

SI	12	0.33
NO	24	0.67

Tabla 9. Frecuencia absoluta y relativa de estudiantes que aprobaron el pre test (Grupo control)
Fuente: Propia

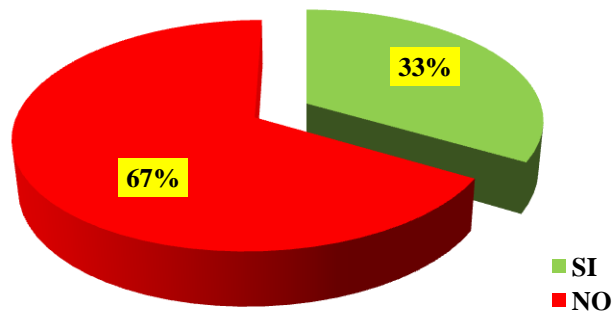


Figura 8. Porcentaje de estudiantes que aprobaron el pre test. (Grupo control)
Fuente: Propia

La tabla 9 refleja la cantidad de estudiantes que obtuvieron una nota de aprobación en el Pre Test. Tan solo doce de los treinta y seis lograron este cometido. Estos resultados expresados en porcentaje se muestran en la figura 8.

A diferencia del grupo experimental, el porcentaje de aprobación es menor, 33%. Esto respalda lo mostrado en la anterior figura, pues confirma el hecho que la mayoría, resolvió tan solo los dos primeros incisos.

4.5. Post Test: Grupo experimental

	a	b	c	d	e
SI	38	38	33	30	20
NO	0	0	5	8	18
	a	b	c	d	e
SI	1.00	1.00	0.87	0.79	0.53
NO	0.00	0.00	0.13	0.21	0.47

Tabla 10. Frecuencia absoluta y relativa, de resolución del post test, por incisos (Grupo experimental)
Fuente: Propia

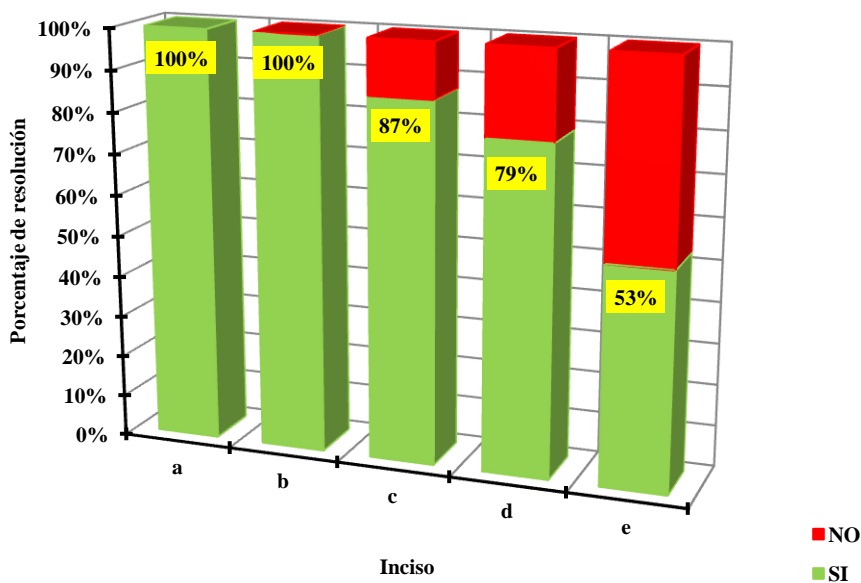


Figura 9. Porcentaje de resolución del post test, por incisos. (Grupo experimental)
Fuente: Propia

La tabla 10 y figura 9 nos dan cuenta de la cantidad y porcentaje de estudiantes, del grupo experimental, que logró resolver cada inciso de la prueba. Si tomamos en cuenta los resultados obtenidos en el Pre Test, hay una considerable mejora en el aprendizaje de conceptos fundamentales de geometría analítica, reflejados en el rendimiento del curso.

El 100% logró determinar el perímetro y las pendientes de los lados del triángulo, de forma correcta. El 87% hizo lo propio con los ángulos interiores del mismo. El 79% del grupo no tuvo complicaciones para obtener las coordenadas de los puntos medios de cada lado del triángulo. El 53% llegó a determinar las coordenadas del circuncentro.

Los resultados son por demás alentadores. Desde luego este hecho se atribuye al recurso didáctico tecnológico utilizado para mejorar el aprendizaje en geometría analítica.

Son varias las ventajas que ofrece este software. Además de su practicidad y fácil manejo, motivo en los estudiantes un cambio de percepción hacia la materia y las ganas de seguir trabajando con el aplicativo, incluso fuera del horario de clases.

SI	30	0.79
NO	8	0.21

Tabla 11. Frecuencia absoluta y relativa de estudiantes que aprobaron el post test (Grupo experimental)
Fuente: Propia

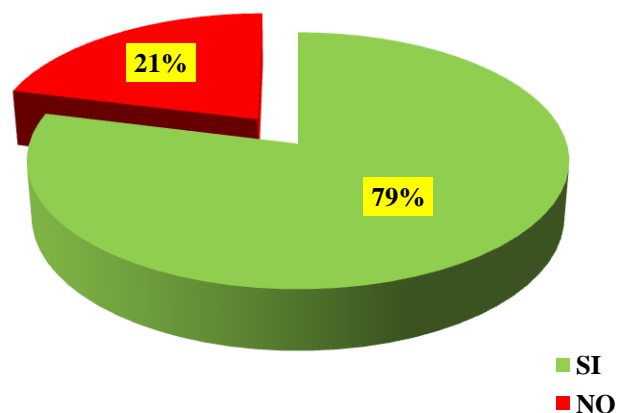


Figura 10. Porcentaje de estudiantes que aprobaron el post test. (Grupo experimental)
Fuente: Propia

En la tabla 11, podemos apreciar la cantidad de estudiantes, del grupo experimental, que obtuvo una nota de aprobación en el Post Test. Treinta y ocho estudiantes que conforman este grupo, así lo hicieron. Tres cuartas partes del curso, obtuvo un rendimiento óptimo en la evaluación. El porcentaje mostrado en la figura 10 (79%), confirma esta situación. Esto quiere decir también que varias de las limitaciones y debilidades antes vistas, fueron superadas gracias al GeoGebra.

4.6. Post Test: Grupo control

	a	b	c	d	e
SI	36	36	30	20	2
NO	0	0	6	16	34
	a	b	c	d	e
SI	1.00	1.00	0.83	0.56	0.06
NO	0.00	0.00	0.17	0.44	0.94

Tabla 12. Frecuencia absoluta y relativa, de resolución del post test, por incisos (Grupo control)
Fuente: Propia

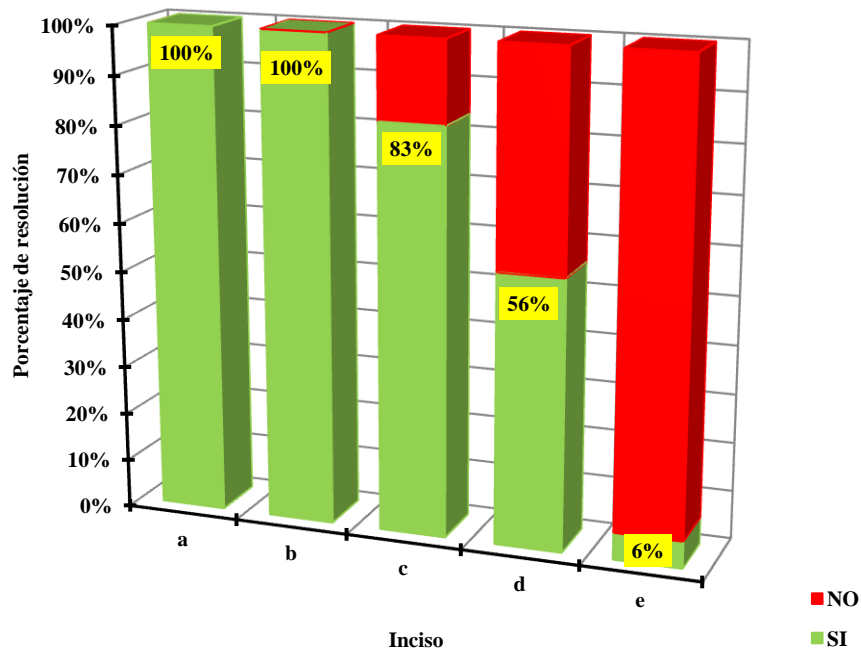


Figura 11. Porcentaje de resolución del post test, por incisos. (Grupo control)
Fuente: Propia

En la tabla 12 vemos la cantidad de estudiantes del grupo control que resolvió satisfactoriamente el Post Test. La figura 11 nos muestra el porcentaje de resolución por inciso. De ésta, podemos evidenciar que la totalidad del grupo, no tuvo problema en determinar el perímetro y pendientes de los lados del triángulo.

El 83% obtuvo la medida correcta de los ángulos interiores. El 56% determinó la ubicación exacta de los puntos medios de cada lado. Tan solo el 6% determinó las coordenadas del circuncentro.

Comparando estos resultados con los obtenidos en el Pre Test, hay una leve mejora, sin embargo ésta está muy por debajo del grupo experimental.

SI	15	0.42
NO	21	0.58

Tabla 13. Frecuencia absoluta y relativa de estudiantes que aprobaron el post test (Grupo control)
Fuente: Propia

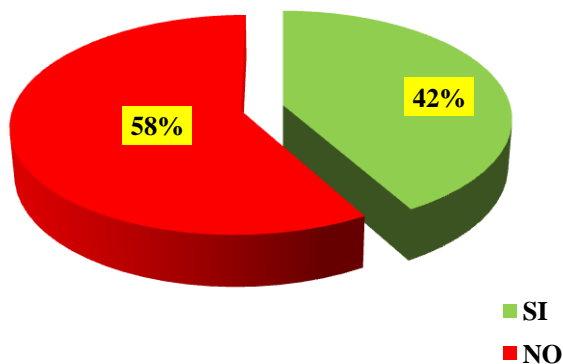


Figura 12. Porcentaje de estudiantes que aprobaron el post test. (Grupo control)
Fuente: Propia

Comparando los porcentajes obtenidos en el Pre y Post Test, se comprueba lo antes mencionado, hay una leve mejora sin embargo el rendimiento se mantiene por debajo del obtenido por el grupo experimental.

Esto quiere decir que todavía hay algunas limitaciones en las cuales se debe seguir trabajando, sean de tipo algebraico o geométrico.

Los diagnóstico final, nos sirve como referente para poder establecer aquellos aspectos en los cuales se debe hacer mayor énfasis y/o replantear en gestiones futuras.

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este capítulo se mencionan las conclusiones y recomendaciones más importantes a las que se llega luego de realiza la investigación.

5.1. Conclusiones

Luego de aplicar el recurso didáctico GeoGebra, se concluye que el aprendizaje de conceptos fundamentales de geometría analítica, mejora sustancialmente. Esta hipótesis alterna, se comprueba con el análisis estadístico realizado.

Respecto a los objetivos específicos, podemos señalar que la aplicación del Pre Test, adicionalmente permitió determinar algunas debilidades en los conocimientos previos requeridos para estudiar geometría analítica: operaciones aritméticas, operaciones algebraicas, resolución de ecuaciones lineales, resolución de sistemas de ecuaciones y representación gráfica de elementos geométricos en el plano cartesiano.

Los ejercicios prácticos y de aplicación planteados permitieron una adecuada interacción entre cada estudiante y el software. Se evidenció la practicidad y facilidad de manejo del mismo. Esta situación motivó en varios estudiantes el deseo de resolver la totalidad de ejercicios de la práctica propuesta utilizando el recurso didáctico antes mencionado.

Varios estudiantes manifestaron haber empleado varios minutos, incluso fuera de clases, interactuando con el software, investigando otras aplicaciones del mismo. Este hecho favorece a formar estudiantes en la cultura investigativa.

La adecuada selección y utilización de recursos didácticos, claramente suscitan un mejor ambiente de trabajo, una mayor predisposición y motivación para enseñar y aprender matemática además de la posibilidad de desarrollar nuevas e innovadoras estrategias y formas de trabajo.

La utilización de un recurso didáctico tecnológico y accesible, como es el GeoGebra, permite apropiarse de una forma distinta, práctica e innovadora de conceptos de geometría analítica. También permite consolidar conocimientos y analizar la importancia del enfoque matemático dentro del proceso educativo.

El nivel de aprovechamiento obtenido en el Post Test, medido en el rendimiento obtenido en la prueba, dio como resultado un mejor aprendizaje de conceptos fundamentales de geometría analítica.

Respecto a la variable independiente: uso del GeoGebra, definido como el nivel de conocimiento y manejo del aplicativo, podemos señalar que, por su practicidad y facilidad en el manejo, la mayoría de los estudiantes logró interactuar con el aplicativo sin problema alguno.

El desafío que debe asumir el docente es mayor, pues además de ser quien realiza la capacitación en el software, debe plantear nuevas situaciones, problemas, ejercicios, acordes al contexto actual y a las necesidades de los estudiantes. Esto también motiva al docente a estar actualizado.

El aporte que realiza la presente investigación, es trascendental, por el nivel de abstracción y complejidad característico del grado con que se trabajó.

El trabajo realizado en el laboratorio de computación, coadyuvo a fortalecer las relaciones entre compañeros de curso, así como el trabajo en equipo, así como la interacción entre el docente y los estudiantes.

Es importante mencionar, muy a parte de las bondades y beneficios que el recurso didáctico tecnológico utilizado ofrece, que no se puede dejar de lado las definiciones, concepciones, demostraciones, ejercicios y problemas explicados y analizados de forma tradicional. De esta manera, el estudiante valora aún más la importancia de tener a su alcance, recursos y medios que facilitan su aprendizaje.

5.2. Recomendaciones

- Los resultados obtenidos con el grupo experimental, nos dan pie para poder aplicar esta investigación en otras unidades educativas.
- Motivar el uso de recursos didácticos tecnológicos, de fácil acceso, que faciliten y mejoren el proceso de enseñanza y aprendizaje en matemática e indirectamente
- Utilizar y aprovechar al máximo las TIC como recursos y/o medios para mejorar aspectos relacionados con el proceso educativo, que beneficien directamente a los estudiantes.
- Motivar a los estudiantes a que se formen en la cultura de la investigación, pues es así como se puede encontrar nuevas y mejores formas de contribuir a lograr un mejor mundo.

BIBLIOGRAFÍA

- Alsina, C.; Burgués, C., Fortuny, J., Jiménez, J. y Torra, M. (1995). *Enseñar matemáticas*. Barcelona: Graó.
- Amat, O. (1998). Medios pedagógicos. En, *Aprender a enseñar: Una visión practica de la formación de formadores (4a. ed.)*. Barcelona, España: Ediciones Gestión 2000 S. A.
- Brousseau, G. (1989). La tour de Babel. Etudes en Didactique des Mathématiques. *Article occasionnel* n. 2. IREM de Bordeaux.
- Cook, T. (2005). *Métodos cualitativos y cuantitativos en investigación evaluativa (5a. ed.)*. Madrid, España: Ediciones Morata.
- Echevarria, J. (2003). *La revolución tecnocientífica*. Madrid: Fondo de Cultura Económica.
- FORPI (1999). *Proyecto educativo de los colegios jesuitas. (1a. ed.)*. La Paz, Bolivia: Punto Cero.
- Hernández, R. (2006). *Metodología de la investigación. (4a. ad.)*. México D. F.: McGraw Hill Interamericana.
- Lewis, R., & Paine, N. (1986). *How to find and adapt materials and select media*. London: Conuncil for Educational Technology.
- Lesh, R. y Sriraman, B. (2010). Re-conceptualizing mathematics education as a design science. En B. Sriraman y L. English (eds), *Theories of mathematics education. Seeing new frontiers*. (pp. 123-146). Heidelberg: Springer.
- Mejía, E. (2005). *Técnicas e instrumentos de investigación*. Lima, Perú: Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

- Méndez I., Namihira D., Moreno L., Sosa C. (1988). *El protocolo de investigación. (1a. ed.)*. México D. F.: Editorial Trillas.
- Molina, Z. (1997). ENFOQUES, FUENTES Y FUNDAMENTOS CURRICULARES: Sus implicaciones al desarrollar el planteamiento de los procesos de enseñanza aprendizaje. En, *Planeamiento didáctico (1a. ed.)*. San José, Costa Rica: EUNED.
- Moreno, J. L. (2003). Desarrollo del pensamiento matemático. En *La pedagogía de San Ignacio de Loyola aplicada a la enseñanza aprendizaje de la matemática*. México: Grupo Mathematike, S.A.
- Orellana, O. (2003). *Enseñanza y aprendizaje (1a. ed.)*. Lima, Perú: San Marcos.
- Ortiz F., García M. (2005). *Metodología de la Investigación (p. 64)*. México: Editorial Limusa.
- Papalia, D. (2004). Desarrollo físico y cognoscitivo en la adolescencia. En, *Desarrollo Humano. (9ª ed., p. 444)*. México: McGraw Hill.
- Perry, W., & Rumble, G. (1987). *A short guide to distance education*. Cambridge: International Extension College.
- Ruiz, J. (2008). Problemas actuales de la enseñanza aprendizaje de la matemática. *Revista iberoamericana de educación, 47/3*.
- Sánchez, J. (2001). *Aprendizaje Visible y Tecnología invisible*. Santiago, Chile: Dolmen Ediciones S.A.
- Sarmiento M. (1999). *Cómo aprender a enseñar y como enseñar a aprender: psicología educativa y del aprendizaje*. Bogotá, Colombia: Universidad Santo Tomás.
- Skemp, R. (1980). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Morata.

- Steiner, H.G. (1985). Theory of mathematics education (TME): an introduction. *For the Learning of Mathematics*, Vol 5. n. 2, pp. 11-17.
- Tamayo, M. (1999). *Aprender a investigar: Módulo 2, La Investigación*. Bogotá, Colombia: ICFES.

WEBGRAFÍA

- Ángel J. y Bautista G. (2001). *Didáctica de las matemáticas en enseñanza superior: la utilización de software especializado*. Recuperado el 22 de octubre de 2011, de <http://www.uoc.edu/web/esp/art/uoc/0107030/mates.html>.
- Borbón, A. (2010). MANUAL PARA GEOGEBRA: Guías para geometría dinámica, animaciones y deslizadores. *Revista Digital Matemática Educación e Internet*. Recuperado el 1 de julio de 2011, de http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/Secciones/Temas_de_Geometria/ABorbon_ManualGeogebraV11N1_2010/1_ABorbon_ManualGeogebra.pdf
- Educa Bolivia (s. f.). *Introducción a la geometría analítica*. Recuperado el 6 de julio de 2011, de http://www.educabolivia.bo/educabolivia/images/archivos/user_files/p0001/file/teoria_geometria_analitica.pdf
- Educar (2008). *Educación y TIC*. Recuperado el 6 de julio de 2011, de <http://portal.educ.ar/debates/educacionytic/super-sitios/ensenar-matematica-con-la-comp.php>
- Gaceta Oficial del Estado Plurinacional de Bolivia (2010). *Ley No. 070 de educación “Avelino Siñani – Elizardo Pérez”*. Recuperado el 1 de julio de 2011, de <http://www.gacetaoficialdebolivia.gob.bo/normas/view/138872>

- Godino J., Batanero C. Font V. (2004). Perspectiva educativa de las matemáticas. En *Didáctica de la matemática para maestros*. Recuperado el 3 de enero de 2012, de <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>
- *Historia del colegio San Ignacio*. (s. f.). Recuperado el 1 de julio de 2011, de <http://www.san-ignacio.edu.bo/historia.asp>
- Moreno, I. (2004). *Utilización de medios y recursos didácticos en aula*. Recuperado el 17 de enero de 2012, de <http://www.ucm.es/info/doe/profe/isidro/merecur.pdf>
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (2003). *Panorama Educativo: indicadores de la OCDE*. Recuperado el 30 de octubre de 2011, de <http://www.oecd.org/dataoecd/31/11/29881539.pdf>
- ROGER (2007). *El GeoGebra como medio articulador del conocimiento matemático*. Recuperado el 26 de marzo de 2011, de <http://www.cch.unam.mx/ssaa/new/sites/default/files/82.pdf>
- Sevilla L. (2010). *Experiencia de utilización de GeoGebra en las clases de Matemáticas*. Recuperado el 26 de marzo de 2011, de <http://www.reypastor.org/departamentos/dmat/loseor/archivos/experienciaaula.pdf>

ANEXOS

ANEXO 1

Diseño curricular de matemática, correspondiente al quinto grado del nivel secundario de la Unidad Educativa San Ignacio.



FEPPA - COLEGIO "SAN IGNACIO"
www.san-ignacio.edu.bo
La Paz - Bolivia

PROYECTO CURRICULAR DE ASIGNATURA

1. DATOS GENERALES

ASIGNATURA: Matemática

NIVEL: Secundario

CICLO: Comunitario Productivo

GRADO: Quinto

DIRECTOR: P. Ramón Alaix, SJ

DOCENTE: Oscar J. Trigo R.

FECHA: 20 de febrero de 2011

**CARGA HORARIA
SEMANTAL:** 16 horas

2. VISIÓN Y MISIÓN DEL COLEGIO "SAN IGNACIO"

Somos una comunidad educativa ignaciana comprometida con Dios al servicio de los demás, que forja hombres y mujeres libres con talentos y capacidades creativas, en el marco de la justicia, equidad, interculturalidad, compasión y excelencia; conjugando el ser, el saber, el hacer, el convivir y el vivir la fe.

Desarrollar procesos educativos integrales, pertinentes, de calidad, basados en los valores ignacianos, en el marco de la pedagogía de la reflexión, comprometiéndonos a participar activamente en el cambio hacia una sociedad con fe y justicia.

3. PROPÓSITOS FORMATIVOS DE LA ASIGNATURA

Con independencia del tipo de estudios que el estudiante vaya a seguir, dotaremos a éste de una base que le sirva para comprender, en unos casos, y describir, en otros, la realidad que le rodea. De ahí el carácter instrumental, que permite, por una parte, la interpretación de hechos y conceptos de la vida diaria relacionados con el consumo, la economía privada y la vida social; y, por otra, la expresión y comunicación de conocimientos pertenecientes a otros ámbitos de aprendizaje.

Unido a los razonamientos, estructuras y lógica de la materia, queremos ser portadores también de un hábito de trabajo individual y colectivo, de analizar un proceso observando y sacando conclusiones, y de ser capaces de expresar con claridad sus pensamientos. Con todo ello intentamos dotar al estudiante de la madurez necesaria y la formación básica no sólo para seguir estudios superiores, sino también para contribuir a su inserción en el mundo laboral y para poder formar a otras personas.

Caeríamos en un error si olvidásemos el carácter práctico de esta materia; debemos conseguir que complete la destreza operacional y que apoyándose en la intuición y en la experimentación, por medio de técnicas lógicas y empíricas, sepa resolver cualquier tipo de problema que se le presente.

Estos dos objetivos principales se verán indisolublemente enriquecidos en el contexto de una profunda conciencia de la riqueza de culturas. Dicha conciencia, así como la experiencia de una vida compartida, promoverá en los estudiantes el respeto por las tradiciones de nuestro país, preservando al mismo tiempo su propia identidad individual.

La enseñanza de la Matemática en Secundaria tendrá como objetivos adicionales contribuir a desarrollar en los estudiantes las capacidades siguientes:

- Adquirir un determinado nivel de abstracción que le permita no sólo tener conceptos matemáticos claros, sino también ser capaz de analizar con criterio propio las diversas situaciones con las que tenga que enfrentarse en la vida real. Es decir saber formar su propia opinión.
- Desarrollar la creatividad de forma que puede elaborar sus propios métodos de análisis y ser capaz de descubrir analogías.
- Utilizar las formas de pensamiento lógico para formular y comprobar conjeturas, realizar inferencias y deducciones, y organizar y relacionar informaciones diversas relativas a la vida cotidiana y a la resolución de problemas.
- Aplicar con soltura y adecuadamente las herramientas matemáticas adquiridas a situaciones de la vida diaria.
- Usar correctamente el lenguaje matemático (en sus distintas formas de expresión: numérica, gráfica, geométrica, lógica, algebraica, probabilística), con el fin de comunicarse de manera clara, concisa, precisa y rigurosa.
- Utilizar con soltura y sentido crítico los distintos recursos tecnológicos (calculadoras, programas informáticos) como ayuda en el aprendizaje y en las aplicaciones instrumentales de la Matemática.
- Resolver problemas matemáticos utilizando distintas estrategias, procedimientos y recursos, desde la intuición hasta los algoritmos.
- Aplicar los conocimientos geométricos para comprender y analizar el mundo físico que nos rodea.
- Emplear los métodos y procedimientos estadísticos y probabilísticos para obtener conclusiones a partir de datos recogidos en el mundo de la información.

- Integrar los conocimientos matemáticos en el conjunto de saberes que el alumno debe adquirir a lo largo de los años anteriores. Reconocer el papel que desempeña la Matemática en los distintos ámbitos de la actividad humana, tanto en la científica y tecnológica, como en sus aspectos creativos, sociales, laborales, manipulativos y otros.
- Desarrollar técnicas y métodos relacionados con los hábitos de trabajo, la curiosidad y el interés para investigar y resolver problemas, la responsabilidad y colaboración en el trabajo en equipo con la flexibilidad suficiente para cambiar el propio punto de vista en la búsqueda de soluciones.

4. ORGANIZACIÓN DE LAS UNIDADES

SEGUNDO TRIMESTRE

UNIDAD 3: Conceptos fundamentales de geometría plana y analítica.

COMPETENCIAS E INDICADORES

COMPETENCIA	INDICADORES
<ul style="list-style-type: none"> • Analiza y plantea formas de solución a situaciones del entorno relacionadas con geometría plana y analítica. 	<ul style="list-style-type: none"> • Interpreta situaciones gráficas y les asigna su equivalente expresión algebraica.

EJE PROBLEMATIZADOR: Diseño de un tramo carretero empleando todos los conceptos de geometría analítica.

CONTENIDOS:

CONCEPTUALES	PROCEDIMENTALES	ACTITUDINALES
<ul style="list-style-type: none"> • Ángulos, segmentos y paralelas; Triángulos; Teorema de Pitágoras; Círculos; Polígonos en general; Área de figuras planas, Volumen de cuerpos sólidos. • Coordenadas rectangulares; Distancias entre dos puntos; División proporcional de un segmento de recta; Inclinación y pendiente; Rectas paralelas y perpendiculares; Ángulo entre rectas; Aplicaciones a la geometría elemental. • Formas ordinarias de la ecuación de una recta; Forma general y normal de la ecuación de una recta; Distancia de un punto a una recta; Ecuación de la bisectriz de un ángulo; Área de un triángulo; Sistemas de rectas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Observación y experimentación. • Análisis y síntesis. • Deducción e inducción. • Intuición, creatividad e imaginación. • Coherencia mental y juicio práctico. • Modelaje. • Concreción y abstracción. • Síncresis y praxis. 	<ul style="list-style-type: none"> • Curiosidad por indagar y explorar. • Tenacidad y perseverancia en la búsqueda de soluciones. • Rigor en la utilización precisa de símbolos numéricos, algebraicos y propiedades. • Interés en la búsqueda de diferentes formas de resolver ejercicios. • Importancia por mantener la atención durante una explicación o actividad. • Solidaridad y cooperación en sus trabajos grupales.

APLICACIÓN DE CRITERIOS PEDAGÓGICOS IGNACIANOS:

PRELECCIÓN: Utilización de instrumentos geométricos, sistema cartesiano, resolución de triángulos rectángulos, teorema de Pitágoras.

CERAE:

CONTEXTO	EXPERIENCIA	REFLEXIÓN	ACCIÓN	EVALUACIÓN
<ul style="list-style-type: none"> • La red de caminos carreteros en nuestra ciudad y en nuestro país. 	<ul style="list-style-type: none"> • Diseño de un tramo carretero, volúmenes en el movimiento de tierras, diseño de la plataforma, cálculo de áreas para el corte o terraplén. 	<ul style="list-style-type: none"> • Importancia de la geometría en nuestro cotidiano vivir. No solo es aplicable a la ingeniería. 	<ul style="list-style-type: none"> • Construcción de modelos geométricos empleando hojas de papel y software especialmente diseñado para este efecto (GeoGebra). 	<ul style="list-style-type: none"> • Determinación de perímetros áreas y volúmenes de diferentes figuras y cuerpos geométricos además de puntos y rectas notables de un triángulo.

REPETICIÓN: Perímetro y área de figuras geométricas, área y volumen de cuerpos geométricos, puntos y rectas notables de un triángulo.

OTRAS ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS:

ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS PARA LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA			
Diálogo	La solución de problemas	Interpretación de la información	Procesamiento de la información
La interrogación	La inducción	Procedimientos algorítmicos	Pensamiento reversible
La simbología	La deducción	Procedimientos heurísticos	Demostración
La investigación	La modelización	La observación	Argumentación

RECURSOS Y MATERIALES:

Materiales

- Cuaderno de apuntes.
- Tizas de colores, pizarrón, almohadilla.
- Hojas de papel de colores.
- Libro de texto.

Medios y Recursos

- Internet, para complementar y ampliar lo visto en clases.
- **Software educativo GeoGebra.**
- Clase de consulta en horario establecido.
- Lenguaje oral, escrito, grafico, mímico.

CRITERIOS DE INTERDISCIPLINARIEDAD:

Competencia
Utiliza los conceptos, procedimientos y metodologías de matemática, computación y física en la construcción de conocimientos integrados.

	Asignaturas que la componen	Tema	Mes
Segundo Trimestre	Matemática, Computación, Física y Artes plásticas.	Conceptos fundamentales de geometría plana.	Agosto / Septiembre

BIBLIOGRAFÍA:



AUCALLANCHI V. Félix (2008). *Geometría*. Perú: RACSO Editores.



LEHMANN, Charles H. (1990). *Geometría Analítica*. México D. F.: Editorial Limusa.



SELBY, Peter H. (1988). *Geometría Analítica*. EE. UU. De América: Harcourt Brace Jovanovich.



SANTILLANA (2010). *Matemáticas 3*. La Paz Bolivia: Santillana de ediciones S. A.

VALORACIÓN CUANTITATIVA POR PARCIAL:

Actividades evaluativas	Valoración numérica
Prácticas	10
Participación e investigación	10
Evaluaciones	40
DPS	10
Σ	70

TERCER TRIMESTRE

UNIDAD 4: La Recta.

COMPETENCIAS E INDICADORES

COMPETENCIA	INDICADORES
<ul style="list-style-type: none">• Analiza y plantea formas de solución a situaciones del entorno relacionadas con geometría plana y analítica.	<ul style="list-style-type: none">• Infiere cuales son las condiciones que determinan una recta.• Diferencia conceptualmente las formas de la ecuación de una recta.• Interpreta situaciones gráficas y les asigna su equivalente expresión algebraica.

EJE PROBLEMATIZADOR: Diseño de un tramo carretero empleando todos los conceptos de geometría analítica.

CONTENIDOS

CONCEPTUALES	PROCEDIMENTALES	ACTITUDINALES
<ul style="list-style-type: none">• Formas ordinarias de la ecuación de una recta; Forma general y normal de la ecuación de una recta; Distancia de un punto a una recta; Ecuación de la bisectriz de un ángulo; Puntos y rectas notables de un triángulo;	<ul style="list-style-type: none">• Observación y experimentación.• Análisis y síntesis.• Deducción e inducción.• Intuición, creatividad e imaginación.• Coherencia mental y juicio práctico.• Modelaje.• Concreción y abstracción.• Síncresis y praxis.	<ul style="list-style-type: none">• Curiosidad por indagar y explorar.• Tenacidad y perseverancia en la búsqueda de soluciones.• Rigor en la utilización precisa de símbolos numéricos, algebraicos y propiedades.• Interés en la búsqueda de diferentes formas de resolver ejercicios.• Importancia por mantener la atención durante una explicación o actividad.• Solidaridad y cooperación en sus trabajos grupales.

APLICACIÓN DE CRITERIOS PEDAGÓGICOS IGNACIANOS:

PRELECCIÓN: Pendiente a partir de dos puntos. Puntos y rectas notables de un triángulo.

CERAE:

CONTEXTO	EXPERIENCIA	REFLEXIÓN	ACCIÓN	EVALUACIÓN
<ul style="list-style-type: none"> • Topografía. • Ingeniería civil de carreteras. • Importancia de la construcción de una carretera. 	<ul style="list-style-type: none"> • Elementos geométricos que intervienen en el diseño de una carretera, en planimetría, perfil longitudinal y secciones transversales. 	<ul style="list-style-type: none"> • Aspectos que determinan el diseño final de un tramo carretero (geográfico, ambiental, económico, social, político) 	<ul style="list-style-type: none"> • Diseño de un tramo carretero en planimetría, perfil longitudinal y secciones transversales, sobre una carta geográfica. 	<ul style="list-style-type: none"> • Impacto en la zona beneficiaria escogida.

REPETICIÓN: Formas de las ecuaciones de una recta. Representación grafica de una recta. Puntos y rectas notables de un triángulo.

OTRAS ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS:

ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS PARA LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA			
Diálogo	La solución de problemas	Interpretación de la información	Procesamiento de la información
La interrogación	La inducción	Procedimientos algorítmicos	Pensamiento reversible
La simbología	La deducción	Procedimientos heurísticos	Demostración
La investigación	La modelización	La observación	Argumentación

RECURSOS Y MATERIALES:

Materiales

- Cuaderno de apuntes.
- Tizas de colores, pizarrón, almohadilla.
- Instrumentos geométricos.
- Libro de texto.

Medios

- Internet, para complementar y ampliar lo visto en clases.
- Software educativo **GeoGebra**.
- Clase de consulta en horario establecido.
- Lenguaje oral, escrito, gráfico, mímico.

CRITERIOS DE INTERDISCIPLINARIEDAD:

Competencia

Utiliza los conceptos, procedimientos y metodologías de matemática, computación y artes plásticas en la construcción de conocimientos integrados.

	Asignaturas que la componen	Tema	Mes
Tercer Trimestre	Matemática, Computación y Artes Plásticas.	Puntos y rectas notables de un triángulo	Septiembre / Octubre

BIBLIOGRAFÍA:



LEHMANN, Charles H. (1990). Geometría Analítica. México D. F.: Editorial Limusa.



SELBY, Peter H. (1988). Geometría Analítica. EE. UU. De América: Harcourt Brace Jovanovich.



SWOKOWSKY, Earl W. (1996). Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica. México D. F.: Grupo Editorial Ibero América.




LAZO Sebastián. *Álgebra con trigonometría y geometría analítica*. La Paz Bolivia: Impresiones SOIPA LTDA.



SANTILLANA (2010). Matemáticas 3. La Paz Bolivia: Santillana de ediciones S. A.

ANEXO 2

Pre Test, Post Test

	FEPPA – Colegio “San Ignacio” “Llamadas y llamados a vivir integrados con dignidad sin discriminaciones”	PRE PRUEBA – POST PRUEBA	
		Nombre y Apellido: _____ Curso: 5° ___ Secundaria Prof.: Oscar Trigo	Fecha: ___/___/11 Materia: Matemática

CONCEPTOS FUNDAMENTALES DE GEOMETRÍA ANALÍTICA

Saludos cordiales, estimado estudiante.

El objetivo de esta prueba es determinar el nivel de aprendizaje en el tema antes mencionado, así como diagnosticar las debilidades que se presenten en el proceso de resolución.

Le solicito, tenga bien desarrollado el siguiente ejercicio. Tiempo estimado 50 minutos. Cada inciso tiene una ponderación numérica de 2 puntos. Se permite la revisión de apuntes y/o material bibliográfico. El trabajo es individual. No están permitidas consultas entre compañeros.

Para el triángulo de vértices $A(4,2)$, $B(3,5)$, $C(1,-4)$ determine de forma analítica:

- a) El perímetro.
- b) Las pendientes de los lados.
- c) Los ángulos interiores.
- d) Las coordenadas de los puntos medios.
- e) Las coordenadas del Circuncentro.

Verifique los resultados obtenidos de forma gráfica.

¡Muchas gracias por su colaboración!

ANEXO 3

Pruebas resueltas del Pre y Post test

Post Test resuelto con el aplicativo GeoGebra

